

LP14

Machines thermiques réelles

Notes de cours — préparation à l'agrégation de physique

Rémi Mevaere — sciences-physiques.net

Niveau	CPGE deuxième année (MP, PC, PSI) ou L2–L3. La partie I (principes appliqués aux cycles, théorème de Carnot) est accessible dès la première année ; le bilan enthalpique en écoulement stationnaire (partie III) relève de la deuxième année.
Prérequis	Premier et deuxième principes (bilans d'énergie et d'entropie) ; gaz parfait, transformations usuelles, loi de Laplace ; changements d'état d'un corps pur, diagramme de Clapeyron, titre massique ; notion de système ouvert (rappelée).
Bibliographie	B. Diu, C. Guthmann, D. Lederer, B. Roulet, <i>Thermodynamique</i> , Hermann (chap. « Machines thermiques ») ; J.-P. Pérez, <i>Thermodynamique</i> , Dunod (chap. « Machines thermiques » et « Fluides en écoulement ») ; L. Borel, D. Favrat, <i>Thermodynamique et énergétique</i> , PPUR ; F. Martin, « Le réfrigérateur », <i>Bull. Un. Phys.</i> n° 832, vol. 95, mars 2001, p. 531–550 ; F. L. Curzon, B. Ahlborn, <i>Am. J. Phys.</i> 43 , 22 (1975) ; S. Carnot, <i>Réflexions sur la puissance motrice du feu</i> (1824) ; J. B. Heywood, <i>Internal Combustion Engine Fundamentals</i> , McGraw-Hill.

Avertissement

Ce document reprend mes **notes de cours personnelles** rédigées pour la préparation à l'agrégation de physique. Il peut servir de support de travail, mais il doit **impérativement être retravaillé** par chaque candidat : le plan, le niveau, les démonstrations et les expériences sont à adapter à sa propre leçon et au programme en vigueur. Malgré le soin apporté à la relecture, une erreur reste possible.

Plan et minutage

Partie	Durée	Idee directrice
Introduction	2'30	Naissance de la thermodynamique avec les machines ; problématique.
I. Cadre théorique : ce que les principes imposent	12'	Bilans sur un cycle, inégalité de Clausius, moteur monotherme impossible, théorème de Carnot, machines réceptrices.
II. Le moteur Diesel	11'	Cycle à air standard, rendement en fonction du taux de compression, cycle mixte des moteurs modernes, confrontation au moteur réel.
III. La machine frigorifique	11'	Changement d'état, bilan enthalpique en écoulement, diagramme ($\log P, h$), efficacité, écarts au cycle idéal.
Conclusion	2'30	Autres cycles (Beau de Rochas, Brayton, Rankine, Stirling) ; enjeux énergétiques.
Compléments (hors minutage)	—	Autres machines, modèle endoréversible, deux expériences quantitatives, questions du jury.

Introduction

Le mot *thermodynamique* (du grec *thermon*, chaleur, et *dynamis*, puissance) rappelle l'origine de la discipline : au XIX^e siècle, l'enjeu technique est d'analyser la « puissance motrice du feu », c'est-à-dire de comprendre comment une machine à vapeur transforme de la chaleur en travail, et comment en tirer le meilleur parti. Sadi Carnot publie en 1824 les *Réflexions sur la puissance motrice du feu* ; Clausius et Thomson (Kelvin) en dégagent, vers 1850, les deux principes : l'énergie interne est une fonction d'état (premier principe) et il existe une fonction d'état, l'entropie, dont la variation obéit à une inégalité (deuxième principe).

Ces deux principes suffisent à construire une théorie des machines thermiques à la fois simple et puissante, dont l'intérêt pratique est immense : turbines d'avion, moteurs automobiles, centrales électriques (plus des deux tiers de l'électricité mondiale est produite par des machines thermiques), réfrigérateurs et pompes à chaleur.

Problématique : que peuvent et que ne peuvent pas faire les machines thermiques, et comment décrire des machines réelles (un moteur Diesel, un réfrigérateur) avec les outils de la thermodynamique ? Nous poserons d'abord le cadre général, puis nous étudierons deux machines de la vie courante, en confrontant chaque fois le modèle aux performances réelles.

I Cadre théorique : ce que les principes imposent aux machines

1 Définitions

Définition – Machine thermique

Une **machine thermique** est un système Σ (le *fluide* ou *agent thermique* : gaz, vapeur, fluide frigorigène) qui décrit des **cycles**, c'est-à-dire revient périodiquement au même état thermodynamique, en n'échangeant avec l'extérieur que du **travail** W (par des pièces mobiles : piston, turbine) et des **transferts thermiques** Q_i avec des **sources** (ou thermostats) de températures T_i fixées. Sur un cycle, les fonctions d'état du fluide reprennent leur valeur : $\Delta U = 0$, $\Delta S = 0$.

Définition – Convention et vocabulaire

Tous les échanges sont **algébriques et comptés du point de vue du fluide** : $W > 0$ si le fluide reçoit du travail, $Q_i > 0$ s'il reçoit un transfert thermique de la source i . Une machine est un **moteur** si $W < 0$ (elle fournit du travail), un **récepteur** si $W > 0$ (réfrigérateur, pompe à chaleur). Une **source** est un système extérieur capable d'échanger de la chaleur sans que sa température varie (atmosphère, rivière, chaudière régulée).

Remarque. Un moteur électrique n'est pas une machine thermique : il convertit de l'énergie électrique en travail. Les moteurs à combustion interne renouvellent leur fluide à chaque cycle (admission d'air frais, échappement des gaz brûlés) ; on les ramène à une machine cyclique fermée grâce au *modèle du cycle à air standard* (partie II). Les machines à écoulement (turbines, réfrigérateurs) sont étudiées en suivant une masse donnée de fluide le long du circuit, ou par un bilan en régime stationnaire (partie III).

2 Bilans sur un cycle : les deux principes

Tous les cycles étant identiques, on raisonne sur un seul. Le premier principe donne, puisque $\Delta U = 0$,

$$W + \sum_i Q_i = 0. \quad (1)$$

Le deuxième principe s'écrit $\Delta S = S_{\text{éch}} + S_{\text{créée}}$ avec $S_{\text{créée}} \geq 0$ et, pour des échanges avec des sources de températures T_i , $S_{\text{éch}} = \sum_i Q_i/T_i$. Sur un cycle $\Delta S = 0$, d'où :

Théorème – Inégalité de Clausius

Pour une machine cyclique échangeant les transferts thermiques Q_i avec des sources de températures T_i ,

$$\sum_i \frac{Q_i}{T_i} = -S_{\text{créée}} \leq 0, \quad (2)$$

l'égalité ayant lieu si et seulement si le cycle est réversible. Pour des échanges continus, $\oint \delta Q/T_{\text{ext}} \leq 0$.

Point agrégation – Pourquoi introduire l'entropie créée ?

C'est elle qui porte l'information physique : $S_{\text{créée}} > 0$ quantifie l'irréversibilité (frottements, transferts thermiques sous écart de température fini, détentes brutales). Le deuxième principe ne se réduit pas à l'inégalité (2) : il affirme l'existence d'une fonction d'état S ; l'inégalité en est la conséquence pour un cycle.

a) Conséquences immédiates

1. **Machine monotherme** (une seule source, température T_0). L'inégalité (2) donne $Q/T_0 \leq 0$, donc $Q \leq 0$ puis, par (1), $W = -Q \geq 0$: une machine monotherme ne peut que recevoir du travail et le dissiper sous forme de chaleur. *Le moteur monotherme est impossible.*
2. **Deux sources, aucun travail** ($W = 0$). On a $Q_c + Q_f = 0$ et $Q_c/T_c + Q_f/T_f \leq 0$, soit $Q_c (1/T_c - 1/T_f) \leq 0$. Comme $T_c > T_f$, la parenthèse est négative : $Q_c \geq 0$ et $Q_f = -Q_c \leq 0$. *Le transfert thermique spontané va du corps chaud vers le corps froid* (énoncé de Clausius).
3. **Conversion de travail en chaleur.** Si le fluide reçoit $W > 0$, alors $Q = -W < 0$ et l'inégalité $Q/T_0 \leq 0$ est satisfaite : rien n'interdit de transformer intégralement du travail en chaleur (frottements, effet Joule). Le deuxième principe est *asymétrique* : la conversion chaleur $\rightarrow$ travail est contrainte, l'inverse ne l'est pas.

Repère historique – Énoncé de Thomson (Kelvin)

« Il est impossible de réaliser un processus cyclique dont le seul résultat serait la transformation intégrale en travail d'une quantité de chaleur fournie par une source unique. » (W. Thomson, 1851 ; forme reprise par Planck en 1897, d'où le nom d'énoncé de Kelvin-Planck.) Un dispositif qui violerait cet énoncé serait un *mouvement perpétuel de seconde espèce* : un navire qui avancerait en puisant la chaleur de l'océan et en rejetant des glaçons ne viole pas le premier principe, mais il viole le second.

3 Le moteur ditherme et le théorème de Carnot

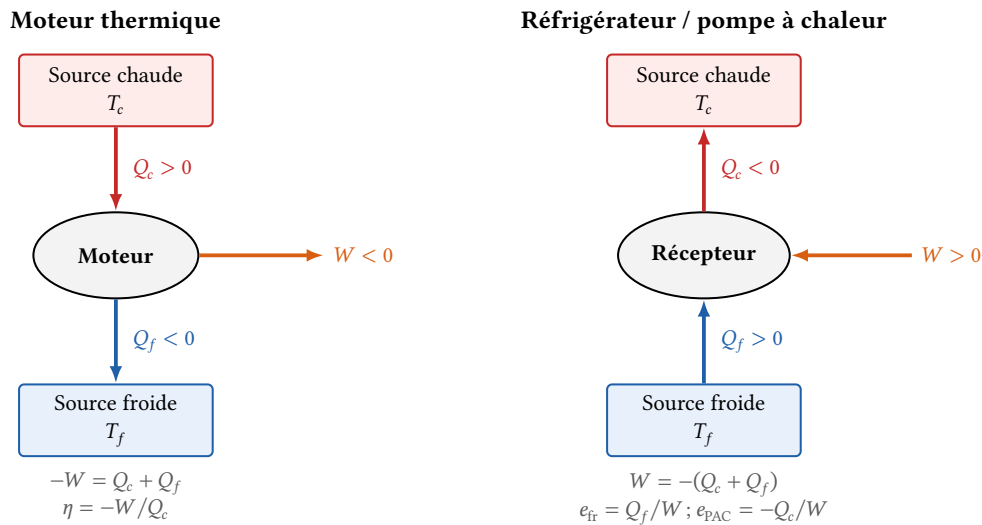


Fig. 1. Schémas de principe d'un moteur et d'un récepteur dithermes. Les flèches indiquent le sens réel des transferts ; les signes sont ceux des grandeurs algébriques reçues par le fluide.

Un moteur ditherme échange Q_c avec une source chaude (T_c) et Q_f avec une source froide ($T_f < T_c$) et fournit du travail : $W < 0$.

Démonstration — Sens des transferts dans un moteur ditherme

Les principes donnent $Q_c + Q_f = -W > 0$ (1) et $Q_c/T_c + Q_f/T_f \leq 0$ (2). Divisons (1) par $T_f > 0$: $Q_c/T_f + Q_f/T_f > 0$. Retranchons (2) : $Q_c(1/T_f - 1/T_c) > 0$, et comme $T_c > T_f$, $Q_c > 0$. Alors (2) impose $Q_f \leq -Q_c T_f / T_c < 0$. Un moteur *doit* rejeter de la chaleur à la source froide : on ne peut pas convertir intégralement Q_c en travail.

Définition — Rendement d'un moteur

Le rendement est le rapport du « bénéfice » (le travail fourni, $-W$) au « prix payé » (la chaleur Q_c prélevée à la source chaude, que l'on paie en combustible) :

$$\eta = \frac{-W}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} = 1 - \frac{|Q_f|}{Q_c} \quad (0 < \eta < 1). \quad (3)$$

On ne compte pas Q_f : réchauffer l'atmosphère ne coûte rien (mais ce n'est pas sans conséquence).

Théorème — Théorème de Carnot (1824)

Multiplions (2) par $T_f/Q_c > 0$: $T_f/T_c + Q_f/Q_c \leq 0$, d'où

$$\eta \leq \eta_C = 1 - \frac{T_f}{T_c} \quad (4)$$

1. Tous les moteurs réversibles fonctionnant entre deux sources données ont le même rendement η_C , *indépendant de la nature du fluide* ;
2. tout moteur irréversible a un rendement strictement inférieur.

Remarque. L'indépendance vis-à-vis du fluide permet de définir la **température thermodynamique** (Kelvin, 1848 ; forme définitive en 1854) par $T_f/T_c = -Q_f/Q_c$ pour un cycle réversible : le thermomètre devient inutile, la machine de Carnot suffit.

Ordres de grandeur

Centrale thermique : $T_c \approx 800$ K (vapeur à 500°C), $T_f \approx 300$ K : $\eta_C \approx 62\%$, rendement réel $\approx 40\%$. Réacteur à eau pressurisée : vapeur saturée vers 285°C , $\eta_C \approx 47\%$, réel $\approx 33\%$. Moteur essence : $\eta \approx 25\text{--}35\%$; Diesel : $40\text{--}45\%$; cycle combiné gaz : $\approx 60\%$.

La machine de Carnot. C'est la machine *idéale* qui atteint η_C : un cycle ditherme réversible, donc composé de deux isothermes (échanges réversibles avec les sources, à T_c et T_f) et de deux adiabatiques réversibles, c'est-à-dire isentropiques. Dans le diagramme (T, S) c'est un rectangle (figure 2); comme $\delta Q_{\text{rév}} = T dS$, on a $Q_c = T_c(S_2 - S_1)$, $Q_f = -T_f(S_2 - S_1)$ et $-W = \oint T dS$ est l'aire du cycle, parcouru dans le sens horaire pour un moteur. Dans le diagramme de Clapeyron (P, V) , $-W = \oint P dV$ est aussi l'aire du cycle : les isentropiques y sont plus pentues que les isothermes puisque la formule de Reech donne $\kappa_T = \gamma \kappa_S$ avec $\gamma > 1$ ($\kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$ et $\kappa_S = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_S$ sont les compressibilités isotherme et isentropique).

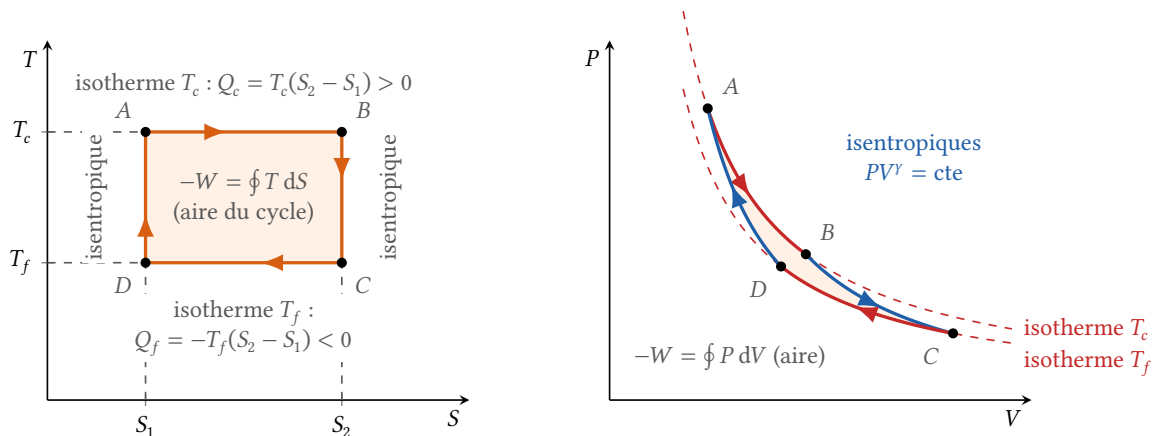


FIG. 2. Cycle de Carnot moteur dans les diagrammes (T, S) et (P, V) (gaz parfait, $\gamma = 1,4$). Dans les deux cas, l'aire du cycle est le travail fourni $-W$.

Attention — Pourquoi une machine réelle ne peut pas atteindre le rendement de Carnot

- **Irréversibilités internes** : frottements, viscosité, combustion, détentes et compressions rapides créent de l'entropie ($S_{\text{créée}} > 0$);
- **transferts thermiques sous écart de température fini** : pour qu'un flux thermique traverse un échangeur de surface finie en un temps fini, le fluide doit être à $T'_c < T_c$ au contact de la source chaude et à $T'_f > T_f$ au contact de la source froide. Même si le cycle du fluide est intérieurement réversible, $\eta \leq 1 - T'_f/T'_c < 1 - T_f/T_c$ (figure 3);
- **fuites thermiques** vers l'extérieur, pertes de charge dans les conduites, énergie consommée par les auxiliaires (pompes, ventilateurs).

Le modèle *endoréversible* du complément 4 quantifie le deuxième point : à puissance maximale, $\eta \approx 1 - \sqrt{T_f/T_c}$, remarquablement proche des rendements réels des centrales.

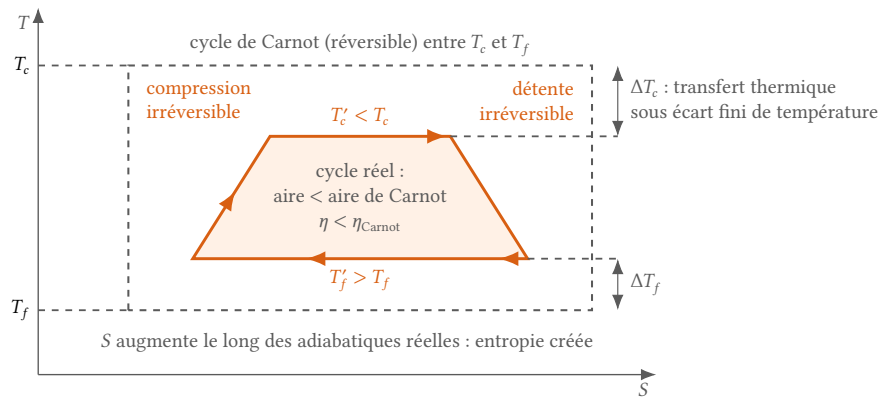


FIG. 3. Cycle d'une machine réelle dans (T, S) , comparé au cycle de Carnot entre les mêmes sources : le fluide reçoit la chaleur à $T'_c < T_c$ et la rejette à $T'_f > T_f$, et les adiabatiques réelles créent de l'entropie. L'aire, donc le travail par cycle, est plus petite.

4 Machines réceptrices : réfrigérateur et pompe à chaleur

En parcourant le cycle en sens inverse ($W > 0$), la machine prélève $Q_f > 0$ à la source froide et cède $Q_c < 0$ à la source chaude : c'est l'inverse du sens spontané, qui se paie en travail. Le « bénéfice » n'est plus le même selon l'usage :

Définition – Efficacités

Réfrigérateur (on veut refroidir la source froide) : $e_{\text{fr}} = \frac{Q_f}{W}$. Pompe à chaleur (on veut chauffer la source chaude) : $e_{\text{PAC}} = \frac{-Q_c}{W}$. Avec (1), $e_{\text{PAC}} = 1 + e_{\text{fr}}$. Ces **efficacités** (ou coefficients de performance, COP) peuvent dépasser 1 : on ne parle pas de « rendement ».

Démonstration – Bornes de Carnot pour les récepteurs

$e_{\text{fr}} = Q_f / (-Q_c - Q_f) = 1 / (-Q_c / Q_f - 1)$. L'inégalité de Clausius divisée par $Q_f > 0$ donne $-Q_c / Q_f \geq T_c / T_f$, donc

$$e_{\text{fr}} \leq \frac{T_f}{T_c - T_f}, \quad e_{\text{PAC}} \leq \frac{T_c}{T_c - T_f}. \quad (5)$$

Ordres de grandeur

Réfrigérateur entre $T_f = 258 \text{ K}$ (-15°C) et $T_c = 298 \text{ K}$ (25°C) : $e_{\text{fr}} \leq 6,45$; machine idéale à R134a (partie III) : 5,35; réfrigérateur domestique réel : 2 à 3 (compresseur compris). Pompe à chaleur air/eau par 7°C extérieurs : $e_{\text{PAC}} \approx 3$ à 4, borne de Carnot de 7 à 11 selon la température de l'eau chauffée (55 à 35°C).

Le cadre est posé : les principes bornent les performances, et seules les irréversibilités séparent une machine réelle de la borne. Étudions maintenant une machine réelle très répandue, le moteur Diesel, pour voir comment on la modélise et ce que vaut son rendement.

II Le moteur Diesel

1 Principe et description

Repère historique

Rudolf Diesel dépose en 1892 le brevet d'un « moteur thermique rationnel » (délivré en 1893); le premier moteur fonctionnel tourne en 1897 dans les ateliers MAN d'Augsbourg. Le but : un moteur robuste et économe, capable de brûler un combustible peu raffiné (gazole, huiles végétales). Le moteur à allumage commandé (Beau de Rochas 1862, Otto 1876) exige au contraire de l'essence volatile et une bougie.

Le moteur Diesel est un moteur à combustion interne à **allumage par compression** : on comprime *l'air seul* avec un taux de compression élevé ($r = V_1/V_2 = 14$ à 22 , contre 8 à 12 pour l'essence, limitée par le cliquetis). L'air atteint 700 à 900 K, au-delà de la température d'auto-inflammation du gazole (≈ 500 K); le carburant, injecté sous haute pression ($1\,500$ à $2\,500$ bar) en fin de compression, s'enflamme spontanément. C'est un moteur à quatre temps (figure 4) :

1. **admission** ($0 \rightarrow 1$) : le piston descend, la soupape d'admission est ouverte, le cylindre se remplit d'air à la pression atmosphérique ;
2. **compression** ($1 \rightarrow 2$) : soupapes fermées, l'air est comprimé de V_1 à V_2 , rapidement, donc de façon quasi adiabatique ;
3. **injection, combustion et détente** ($2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$) : le carburant injecté brûle pendant que le piston commence à descendre (combustion quasi isobare dans le modèle historique), puis les gaz brûlés se détendent de V_3 à V_1 en repoussant le piston : c'est le temps moteur ;
4. **échappement** ($4 \rightarrow 1 \rightarrow 0$) : la soupape d'échappement s'ouvre, la pression chute brutalement à la pression atmosphérique, puis le piston remonte et chasse les gaz brûlés.

Un cycle correspond à deux tours de vilebrequin.

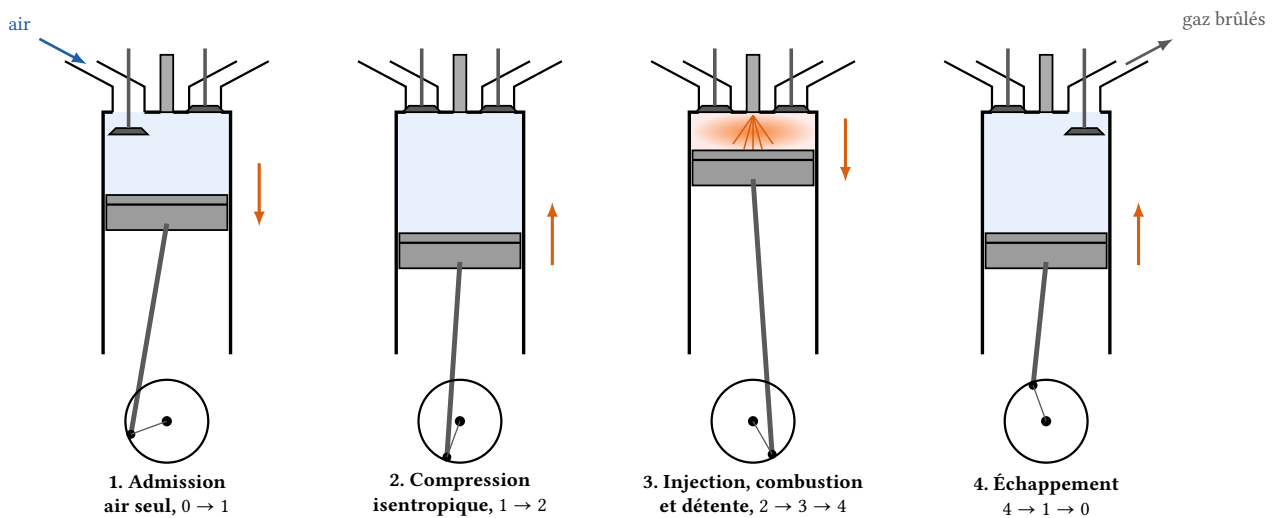


FIG. 4. Les quatre temps du moteur Diesel. Les numéros renvoient aux points du diagramme de la figure 5.

Définition – Modèle du cycle à air standard

Pour appliquer la thermodynamique des cycles, on idéalise : (i) le fluide est de l'air, gaz parfait de γ constant, en quantité fixe ; (ii) la combustion est remplacée par un *apport thermique* Q_c (ici isobare, $2 \rightarrow 3$) ; (iii) l'échappement et l'admission sont remplacés par un *refroidissement isochore* $4 \rightarrow 1$ qui ramène le gaz à l'état initial ($Q_f < 0$) ; (iv) compression et détente sont isentropiques (adiabatiques réversibles). Le cycle est fermé et l'on peut définir un rendement.

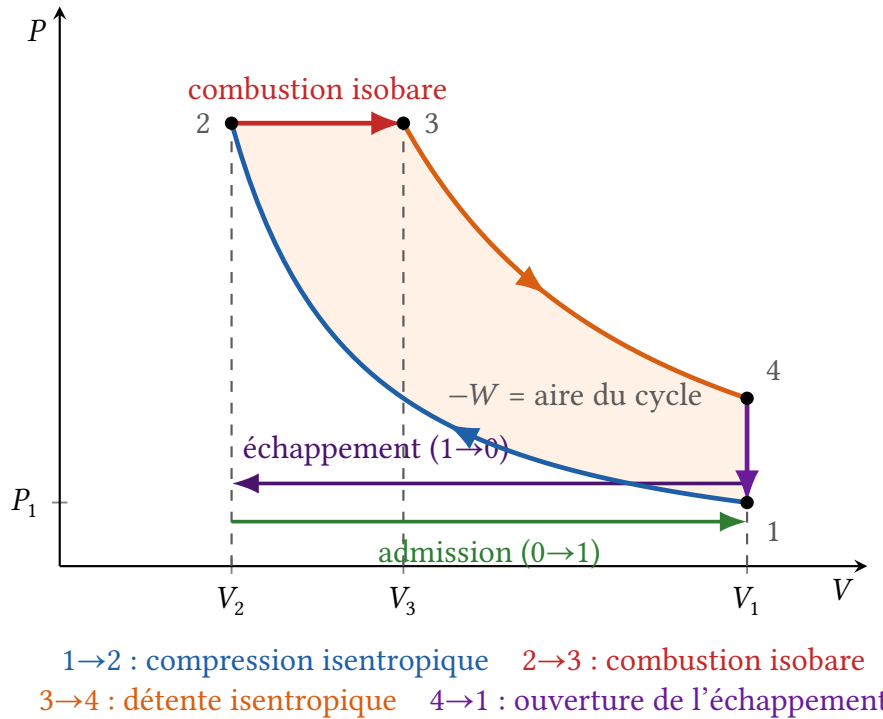


Fig. 5. Cycle de Diesel idéal dans le diagramme de Clapeyron. Admission et échappement, à la pression atmosphérique, ne contribuent pas au travail du cycle (ils sont légèrement décalés pour la lisibilité ; dans un moteur réel l'admission se fait un peu *en dessous* et l'échappement un peu *au-dessus* de P_1 : ce sont les pertes par pompage).

2 Étude thermodynamique du cycle de Diesel

On considère la masse m d'air enfermée pendant un cycle (système fermé) ; c_p et $c_v = c_p/\gamma$ sont ses capacités thermiques massiques.

- $2 \rightarrow 3$ isobare : $Q_c = \Delta H_{23} = mc_p(T_3 - T_2) > 0$;
- $4 \rightarrow 1$ isochore : $Q_f = \Delta U_{41} = mc_v(T_1 - T_4) < 0$;
- $1 \rightarrow 2$ et $3 \rightarrow 4$ isentropiques : $Q = 0$.

$$\eta = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} = 1 - \frac{c_v(T_4 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{\gamma(T_3 - T_2)}. \quad (6)$$

Introduisons le **taux de compression** $r = V_1/V_2$ et le **rapport d'injection** $\rho = V_3/V_2$ (durée relative de l'injection).

Démonstration — Rendement en fonction de r et ρ

Loi de Laplace $TV^{\gamma-1} = \text{cte}$ sur $1 \rightarrow 2$: $T_2 = r^{\gamma-1}T_1$. Isobare $2 \rightarrow 3$ ($V \propto T$) : $T_3 = \rho T_2 = \rho r^{\gamma-1}T_1$. Laplace sur $3 \rightarrow 4$ avec $V_4 = V_1$: $T_4 = T_3(V_3/V_1)^{\gamma-1} = T_3(\rho/r)^{\gamma-1} = \rho^{\gamma}T_1$. D'où

$$\boxed{\eta_{\text{Diesel}} = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} \frac{\rho^{\gamma} - 1}{\gamma(\rho - 1)}} \quad \text{à comparer à} \quad \eta_{\text{Beau de Rochas}} = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}. \quad (7)$$

(Avec les notations des notes manuscrites, $\alpha_{1,2} = r$ et $\alpha_{1,3} = r/\rho$: les deux formes sont identiques.)

Propriété

Le facteur $(\rho^{\gamma} - 1)/[\gamma(\rho - 1)]$ est supérieur à 1 pour $\rho > 1$ et croît avec ρ : à *taux de compression égal*, le cycle de Diesel est moins efficace que celui de Beau de Rochas, et d'autant moins que l'injection est longue. Mais le Diesel autorise des taux de compression bien plus grands (pas de risque de cliquetis puisqu'on comprime de l'air pur), ce qui l'emporte en pratique (figure 6).

Exemple – Application numérique

$\gamma = 1,4$, $r = 14$, $\rho = 14/9 \approx 1,56$ (valeurs des notes) : $r^{\gamma-1} = 2,87$, $(\rho^\gamma - 1)/[\gamma(\rho - 1)] = 1,10$, d'où $\eta = 0,62$. Les mêmes r et γ donneraient 0,65 pour un cycle de Beau de Rochas, mais un moteur à essence est limité à $r \approx 10$, soit 0,60.

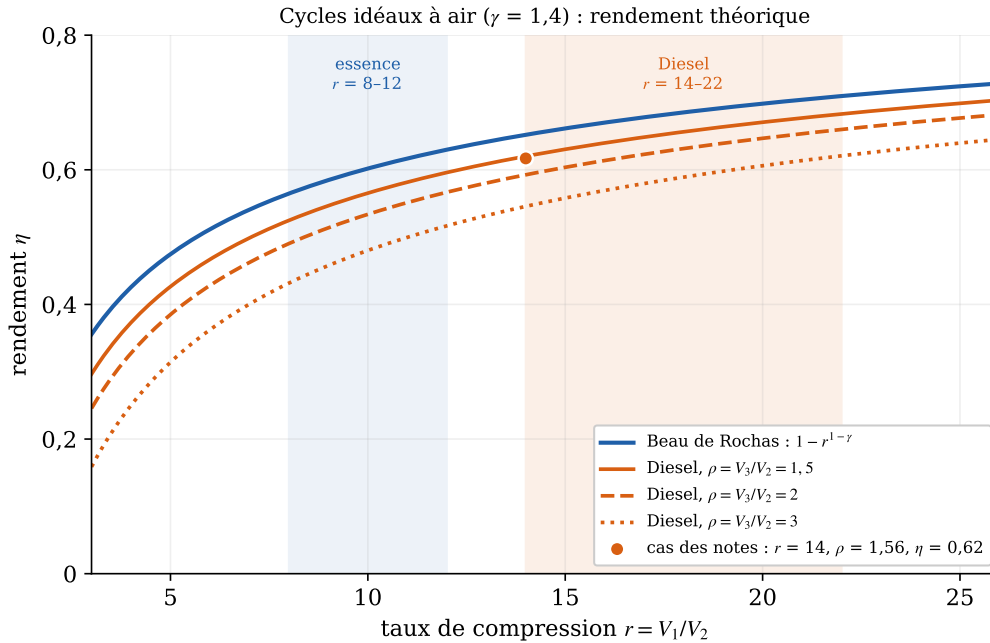


FIG. 6. Rendement théorique des cycles de Beau de Rochas et de Diesel en fonction du taux de compression. Les plages colorées sont celles des moteurs réels ; les rendements effectifs sont nettement plus bas (II.4).

3 Les moteurs modernes : cycle mixte

Dans un moteur Diesel réel, la combustion commence de façon quasi instantanée (le carburant injecté pendant le délai d'auto-inflammation brûle d'un coup, à volume quasi constant), puis se poursuit à mesure que l'injection continue, à pression quasi constante. On modélise cela par le **cycle mixte** (cycle de Sabathé, de Trinkler ou de Seiliger, proposé par Gustav Trinkler en 1904) : une combustion isochore $2 \rightarrow 3$ suivie d'une combustion isobare $3 \rightarrow 4$, puis détente isentropique $4 \rightarrow 5$ et refroidissement isochore $5 \rightarrow 1$ (figure 7). Le paramètre d'injection est la fraction $k_V = 100 \mu_V / \mu$ (en %) de la masse de carburant μ qui brûle à volume constant.

Avec $r = V_1/V_2$, $\rho = V_4/V_3$ et $d = P_3/P_2$ (rapport de pression de la combustion isochore) :

$$Q_c = mc_v(T_3 - T_2) + mc_p(T_4 - T_3), \quad Q_f = mc_v(T_1 - T_5), \quad (8)$$

$$T_2 = r^{\gamma-1}T_1, \quad T_3 = dT_2, \quad T_4 = \rho T_3, \quad T_5 = T_4 \left(\frac{V_4}{V_1} \right)^{\gamma-1} = \rho^\gamma d T_1, \quad (9)$$

$$\eta = 1 + \frac{T_1 - T_5}{\gamma(T_4 - T_3) + (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{\rho^\gamma d - 1}{r^{\gamma-1} [(d-1) + \gamma d(\rho-1)]}. \quad (10)$$

Les cas limites redonnent le cycle de Diesel ($d = 1$) et le cycle de Beau de Rochas ($\rho = 1$).

Exemple – Moteur de poids lourd : six cylindres de 3,0 L, $r = 15$

Données : $P_1 = 1$ bar, $T_1 = 338$ K (air préchauffé par les parois et les gaz résiduels), $\gamma = 1,39$, $c_p = 1,01$ kJ $\cdot$ kg $^{-1}$ $\cdot$ K $^{-1}$, pouvoir calorifique du gazole $r_{\text{PCI}} = 42,2$ MJ $\cdot$ kg $^{-1}$, masse de carburant injectée αm avec $\alpha = 0,040$ (mélange pauvre : richesse $\approx 0,6$), pression maximale admissible $P_{\text{max}} = 65$ bar.

- Volumes : $V_1 = \frac{r}{r-1} \mathcal{C} = 3,21$ L, $V_2 = 0,214$ L ; masse d'air $m = M_{\text{air}} P_1 V_1 / (RT_1) = 3,32$ g, carburant $\alpha m = 0,133$ g par cycle.
- Fin de compression : $T_2 = r^{\gamma-1} T_1 = 972$ K, $P_2 = r^\gamma P_1 = 43$ bar.

- Combustion isochore : $Q_{23} = \frac{k_V}{100} r_{\text{PCI}} \alpha m = mc_v(T_3 - T_2)$ et $P_3 = P_2 T_3 / T_2$. Imposer $P_3 \leq P_{\text{max}}$ fixe la fraction brûlée à volume constant : $k_V \leq \frac{100 c_v T_1}{r_{\text{PCI}} \alpha} \left(\frac{P_{\text{max}}}{r P_1} - r^{\gamma-1} \right) = 21,2 \%$, d'où $T_3 = 1\,465 \text{ K}$, $d = 1,51$.
- Combustion isobare : $Q_{34} = (1 - \frac{k_V}{100}) r_{\text{PCI}} \alpha m = mc_p(T_4 - T_3)$: $T_4 = 2\,781 \text{ K}$, $\rho = T_4 / T_3 = 1,90$.
- Fin de détente : $T_5 = \rho^\gamma d T_1 = 1\,242 \text{ K}$, $P_5 = 3,7 \text{ bar}$.
- Bilan par cycle et par cylindre : $Q_c = Q_{23} + Q_{34} = 1\,188 \text{ J} + 4\,411 \text{ J} = 5,60 \text{ kJ}$, $Q_f = -2,18 \text{ kJ}$, $-W = 3,42 \text{ kJ}$, $\eta = 0,61$ (la formule ci-dessus donne la même valeur); borne de Carnot entre T_1 et T_4 : 0,88.
- Puissance : à $2\,300 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$, chaque cylindre décrit $1\,150$ cycles par minute : $\mathcal{P}_{\text{th}} = 6 \times 3,42 \text{ kJ} \times 1\,150 / 60 \text{ s} = 393 \text{ kW}$ ($\approx 535 \text{ ch}$), pour une consommation de $55 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}$ de gazole.

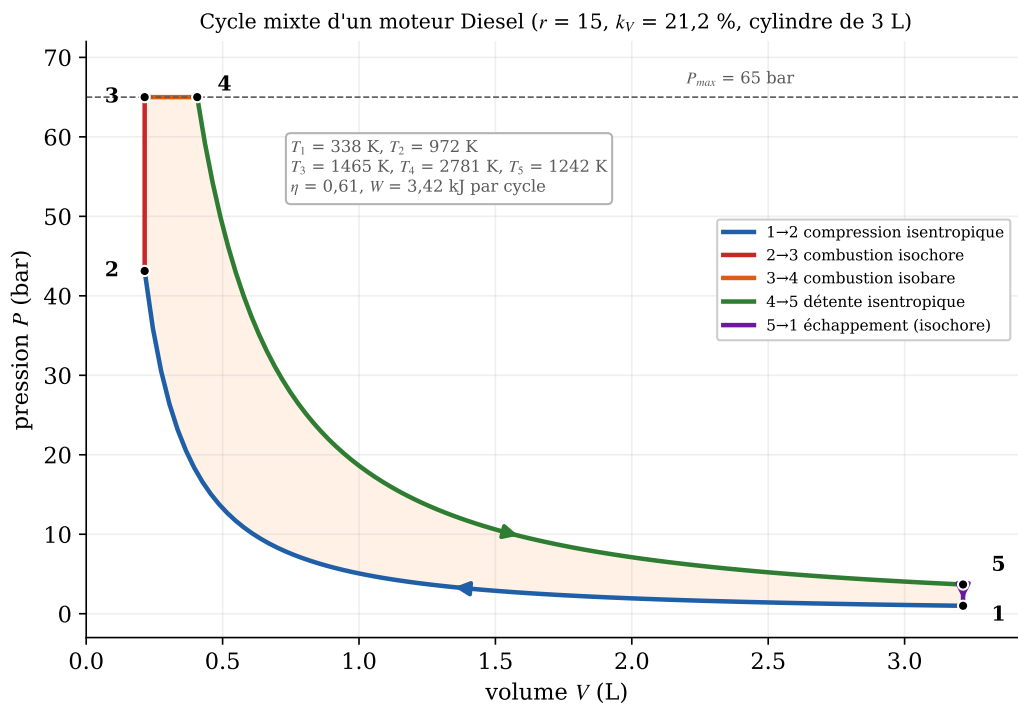


FIG. 7. Cycle mixte calculé avec les données de l'exemple (script figures/diesel-mixte-PV.py). La pression maximale 65 bar fixe la fraction de carburant brûlée à volume constant.

4 Du modèle au moteur réel

Un moteur industriel de 18 L fournit en réalité 300 à 400 kW à $1\,800$ – $2\,100 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$, avec un rendement effectif de 40 à 45 % (consommation $\approx 200 \text{ g}$ par kW·h) : le modèle surestime le rendement d'un tiers environ. Les écarts ont des origines bien identifiées :

- **gaz réels et dissociation** : c_p croît avec T et une partie de l'énergie dissocie CO_2 et H_2O ; la température maximale réelle est plutôt de 2 200 à 2 500 K que 2 781 K ;
- **combustion de durée finie** et non parfaitement contrôlée (le diagramme réel est « arrondi ») ; combustion incomplète (suies) ;
- **transferts thermiques aux parois** (20 à 30 % de l'énergie du carburant part dans le circuit de refroidissement) : compression et détente ne sont pas adiabatiques ;
- **pertes par pompage** (admission sous P_1 , échappement au-dessus de P_1 : la boucle basse du diagramme réel est parcourue dans le sens récepteur) et ouverture anticipée des soupapes ;
- **frottements mécaniques** et entraînement des auxiliaires (pompe à injection, turbocompresseur) : $\approx 10 \%$.

On distingue ainsi le rendement *théorique* du cycle, le rendement *indiqué* (aire du diagramme réel mesuré dans le cylindre) et le rendement *effectif* (travail disponible sur l'arbre).

Point agrégation – Un moteur Diesel est-il une machine ditherme ?

Pas au sens strict : il n'y a pas de source chaude extérieure, l'énergie provient de la réaction chimique de combustion à l'intérieur du fluide, et le fluide est renouvelé à chaque cycle. Le cycle à air standard est un modèle qui remplace la combustion par un apport thermique et l'échappement par un refroidissement : c'est dans ce modèle que l'on compare à Carnot. La borne $1 - T_1/T_4 = 0,88$ est très lâche, car la chaleur n'est pas reçue à T_4 mais sur toute la plage $T_2 \rightarrow T_4$.

Nous avons vu un moteur; retournons maintenant le cycle. La machine frigorifique est une machine réceptrice, mais elle est aussi une machine à écoulement et diphasique : il nous faut de nouveaux outils, le bilan enthalpique et le diagramme des frigoris.

III La machine frigorifique

1 Principe : exploiter un changement d'état

Le but est d'extraire $Q_f > 0$ d'une chambre froide (à -10°C par exemple) et de rejeter $Q_c < 0$ dans l'air ambiant (20°C), en dépensant $W > 0$. Pourquoi utiliser un fluide qui change d'état ?

- Les transferts thermiques sont *massifs* : vaporiser 1 kg d'eau à 100°C demande 2 256 kJ, contre 4,18 kJ pour l'échauffer de 1 K, soit 540 fois plus ;
- ils ont lieu à *température constante* : les échanges avec les sources se rapprochent des isothermes de Carnot, ce qui limite l'entropie créée ;
- la température de changement d'état se règle par la *pression* : $T_{\text{sat}}(P)$.

Pour refroidir une chambre à -10°C , le fluide doit se vaporiser plus froid, par exemple à -15°C ; pour se condenser en cédant sa chaleur à l'air à 20°C , il doit être plus chaud, par exemple à 25°C . L'eau ne convient pas (solide à -10°C) ; le **1,1,1,2-tétrafluoroéthane** (R134a, $\text{CF}_3\text{-CH}_2\text{F}$) convient : $P_{\text{sat}}(-15^\circ\text{C}) = 1,64 \text{ bar}$ et $P_{\text{sat}}(25^\circ\text{C}) = 6,65 \text{ bar}$ (table en annexe C).

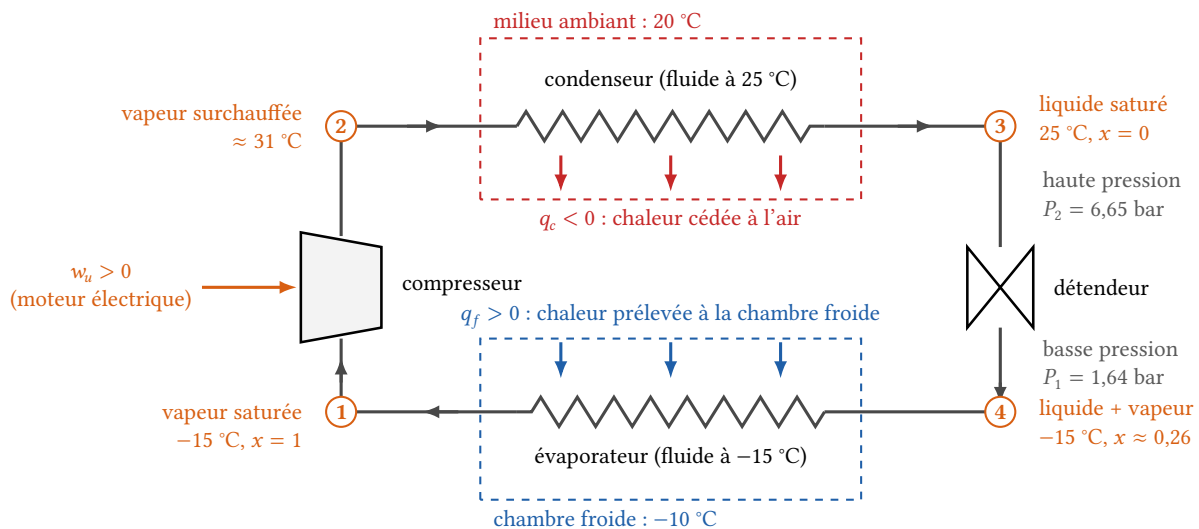


FIG. 8. Schéma de principe d'une machine frigorifique à compression de vapeur (valeurs du cycle idéal de la figure 10).

La machine comporte quatre organes traversés successivement par le fluide (figure 8) :

Évaporateur (basse pression, dans la chambre froide) : le fluide s'y vaporise à -15°C en prélevant $q_f > 0$;

Compresseur : seul organe à pièces mobiles, il reçoit $w_u > 0$ d'un moteur électrique et porte la vapeur de 1,64 bar à 6,65 bar ;

Condenseur (haute pression, grille à l'arrière du réfrigérateur) : la vapeur se refroidit puis se condense à 25°C en cédant $q_c < 0$ à l'air ;

Détendeur (tube capillaire ou vanne) : le liquide y subit une chute de pression de 6,65 bar à 1,64 bar sans pièce mobile ni échange thermique.

Repère historique – Fluides frigorigènes : une histoire de contraintes

Ammoniac et SO₂ (toxiques) au XIX^e siècle; CFC (R12) à partir de 1930, interdits par le protocole de Montréal (1987) car ils détruisent l’ozone stratosphérique; HFC comme le R134a (sans chlore, mais PRG = 1430 : effet de serre), en retrait progressif (règlement européen « F-gaz » de 2014, amendement de Kigali 2016); aujourd’hui isobutane R600a dans les réfrigérateurs domestiques, HFO R1234yf en automobile, CO₂ (R744, cycle transcritique) ou propane dans les pompes à chaleur. Le diagramme change, la physique ne change pas.

2 Premier principe pour un fluide en écoulement stationnaire

Le fluide traverse des organes ouverts en régime permanent : on ne peut plus écrire le premier principe pour une masse fixe au repos. Considérons un *élément actif* (compresseur, échangeur, détendeur) dans lequel le fluide reçoit, par unité de masse, le travail w_u des parties mobiles (*travail utile* ou *indiqué*) et le transfert thermique q (figure 9).

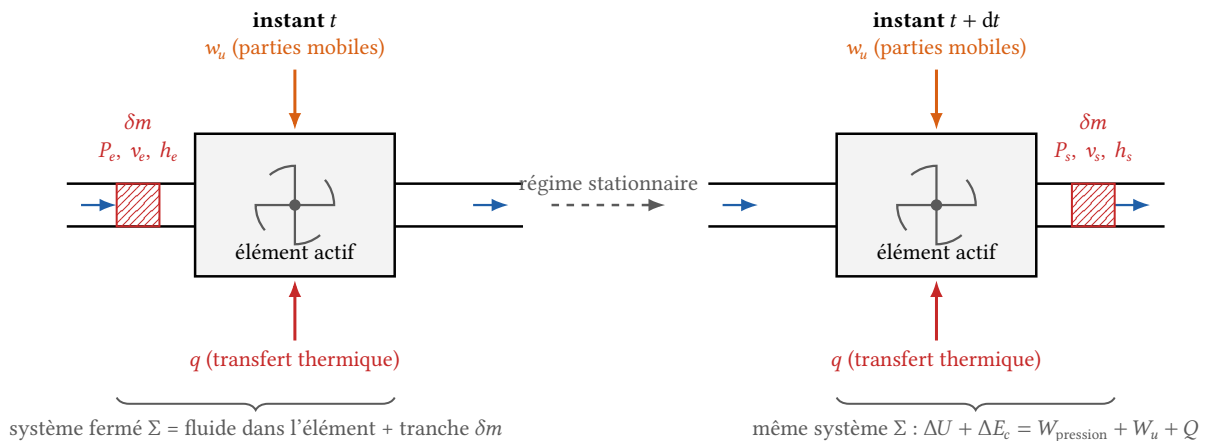


FIG. 9. Système fermé Σ utilisé pour établir le bilan enthalpique : le fluide contenu dans l'élément, plus la tranche δm qui va y entrer (instant t) ou qui vient d'en sortir (instant $t + dt$).

Démonstration – Bilan enthalpique

Soit Σ le système fermé formé du fluide contenu dans l'élément et de la tranche de masse δm qui entre pendant dt (état initial) ; à $t + dt$, la même quantité de matière est constituée du contenu de l'élément et d'une tranche δm sortie. En régime stationnaire, le contenu de l'élément est dans le même état aux deux instants : la variation de toute grandeur extensive de Σ se réduit à la différence entre la tranche sortie et la tranche entrée, par exemple $\Delta U = \delta m (u_s - u_e)$. Le premier principe pour Σ s'écrit

$$\Delta U + \Delta E_c + \Delta E_p = W_{\text{pression}} + W_u + Q.$$

Le travail des forces de pression amont et aval (*travail de transvasement*) vaut $W_{\text{pression}} = P_e (\delta m v_e) - P_s (\delta m v_s)$: le fluide amont pousse la tranche entrante, la tranche sortante repousse le fluide aval. Avec $W_u = \delta m w_u$ et $Q = \delta m q$, puis en divisant par δm et en reconnaissant $h = u + Pv$:

$$\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p = w_u + q \quad (11)$$

À retenir – Premier principe industriel

Pour un fluide en écoulement stationnaire traversant un élément actif, la variation d'enthalpie massique entre l'entrée et la sortie (augmentée des variations d'énergies cinétique et potentielle massiques, négli-

geables dans un réfrigérateur : $v \sim 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ donne $e_c \sim 50 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \ll 10^5 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$) est égale à la somme du travail utile et du transfert thermique massiques reçus : $\Delta h = w_u + q$.

Application aux quatre organes (en négligeant les pertes de charge et les fuites thermiques) :

Organe	Hypothèses	Bilan	Dans le diagramme ($\log P, h$)
Compresseur	adiabatique ($q = 0$), pièces mobiles	$\Delta h = w_u > 0$	suit une isentrope si réversible
Condenseur	pas de pièce mobile, isobare	$\Delta h = q_c < 0$	segment horizontal vers la gauche
Détendeur	pas de pièce mobile, calorifugé	$\Delta h = 0$ (isenthalpique)	segment vertical descendant
Évaporateur	pas de pièce mobile, isobare	$\Delta h = q_f > 0$	segment horizontal vers la droite

Attention — Détente isenthalpique $\neq$ réversible

La détente dans le détendeur (*laminage*) est isenthalpique quel que soit le fluide : c'est une conséquence du bilan (11) avec $w_u = 0$ et $q = 0$. Elle est en revanche fortement *irréversible* (écoulement turbulent à travers un orifice) : l'entropie massique augmente, $s_4 > s_3$. Pour un gaz parfait elle serait aussi isotherme (loi de Joule), ce qui n'a rien à voir avec l'irréversibilité.

3 Le diagramme des frigoristes ($\log P, h$)

Puisque les bilans de chaque organe se lisent sur h , le diagramme naturel porte h en abscisse et P en ordonnée, en échelle logarithmique pour couvrir de 0,5 bar à 50 bar (figure 10). On y reconnaît :

- la **courbe de saturation** en cloche, qui sépare le liquide (à gauche), le mélange liquide-vapeur (sous la cloche) et la vapeur (à droite), avec le point critique C au sommet (101°C , 40,6 bar pour le R134a);
- les **isobares** (horizontales) et les **isenthalpes** (verticales);
- les **isothermes** : horizontales sous la cloche (à P fixée, le changement d'état se fait à T fixée : isobares et isothermes y sont confondues, ce qui permet de lire $T_{\text{sat}}(P)$ sur l'axe des pressions), quasi verticales dans le liquide ($dh = Tds + v dP$ avec v très petit : h dépend très peu de P), décroissantes dans la vapeur (verticales pour un gaz parfait, dont h ne dépend que de T);
- les **isentropes**, inclinées vers la droite dans la vapeur (pente $(\partial P / \partial h)_s = 1/v$);
- les **isotitres** $x = \text{cte}$ sous la cloche, avec la règle des moments $x = (h - h_\ell)/(h_v - h_\ell)$.

4 Le cycle idéal : lecture et bilan énergétique

1 Sortie de l'évaporateur : vapeur juste saturée à 1,64 bar, -15°C , $x = 1$, $h_1 = 389,6 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$. Le compresseur ne doit aspirer aucune goutte de liquide (incompressible : risque de « coup de liquide »).

1 $\rightarrow$ 2 Compression supposée isentropique jusqu'à 6,65 bar : on suit l'isentrope $s = 1,737 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; $h_2 = 418,6 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, vapeur surchauffée à $T_2 = 31^\circ\text{C}$.

2 $\rightarrow$ 3 Dans le condenseur, à 6,65 bar : désurchauffe de 31°C à 25°C (point A, $x = 1$), puis condensation complète jusqu'au liquide saturé : $h_3 = 234,5 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

3 $\rightarrow$ 4 Détente isenthalpique : verticale jusqu'à 1,64 bar ; le liquide se vaporise partiellement, $x_4 = (h_4 - h_\ell)/(h_v - h_\ell) = (234,5 - 180,1)/(389,6 - 180,1) = 0,26$: un quart de la masse s'est vaporisé « pour rien », en refroidissant le reste.

4 $\rightarrow$ 1 Vaporisation isobare du reste dans l'évaporateur.

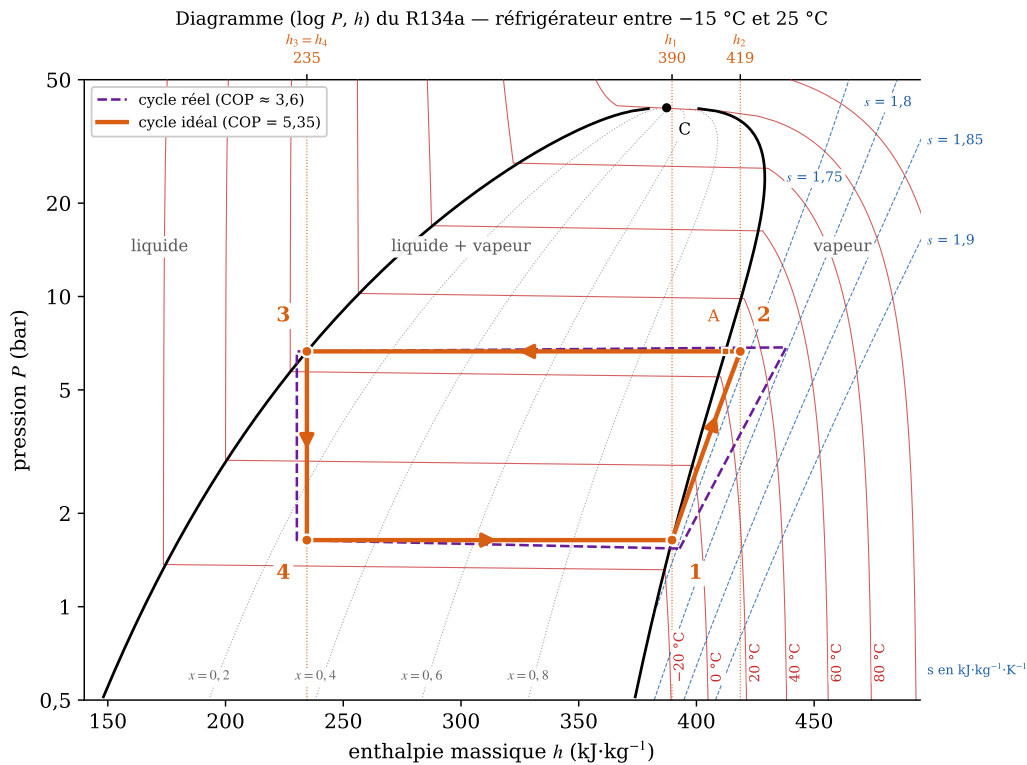


FIG. 10. Diagramme (log P , h) du R134a (données CoolProp, origine des enthalpies : $h = 200\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ pour le liquide saturé à $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, convention IIR). Cycle idéal 1–2–3–4 et allure d'un cycle réel (compression de rendement isentropique 0,70, pertes de charge, surchauffe à l'aspiration, sous-refroidissement en sortie de condenseur).

À retenir — Bilan du cycle idéal

Par kilogramme de fluide : énergie utile $q_f = h_1 - h_4 = 155\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$; énergie payée $w_u = h_2 - h_1 = 29\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$; rejet $q_c = h_3 - h_2 = -184\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$; on vérifie $w_u + q_c + q_f = 0$. D'où

$$e_{\text{fr}} = \frac{q_f}{w_u} = \frac{155}{29} = 5,35 \quad (\text{lecture graphique de l'article du BUP : } 158/28 = 5,6),$$

à comparer à la borne de Carnot entre 258 et 298 K : 6,45. Pour 1 kJ d'électricité, le fluide arrache plus de 5 kJ à la chambre froide.

Remarque (D'où vient l'écart à Carnot dans le cycle idéal?). Le cycle n'est pas celui de Carnot : (i) la détente isenthalpique est irréversible ; l'entropie créée vaut $s_4 - s_3 = 16\text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$, soit une « perte » $T_f(s_4 - s_3) \approx 4\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$: une turbine de détente isentropique récupérerait $4,2\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et porterait l'efficacité à 6,4, mais son coût n'est justifié que pour les grosses installations ; (ii) la désurchauffe $2 \rightarrow A$ est un transfert thermique entre un fluide à $31\text{ }^{\circ}\text{C}$ et un air à $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, sous écart de température fini. Au total, l'entropie créée par kilogramme, sources comprises (q_c cédé à 293 K, q_f reçu de 263 K), vaut $-(q_c/T_{\text{air}} + q_f/T_{\text{ch}}) = 39\text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$.

5 La machine réelle

Le cycle réel (en pointillés sur la figure 10) s'écarte du cycle idéal :

- la compression n'est ni adiabatique ni réversible : avec un rendement isentropique $\eta_{\text{is}} = (h_{2s} - h_1)/(h_2 - h_1) \approx 0,7$, le travail de compression passe de 29 à $41\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, et à $45\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ en ajoutant la surchauffe à l'aspiration et les pertes de charge du cycle tracé ;
- le fluide sort de l'évaporateur *surchauffé* de quelques kelvins (sécurité du compresseur, réglée par le détendeur thermostatique) et du condenseur *sous-refroidi* ;

- les échangeurs et les conduites présentent des *pertes de charge* (les isobares deviennent légèrement inclinées) et des fuites thermiques.

L'efficacité tombe à $e_{\text{fr}} \approx 3,6$ pour le fluide, et à 2–3 en comptant le rendement du moteur électrique et le ventilateur. Un réfrigérateur domestique de 300 L a un compresseur de 100 à 150 W qui fonctionne par intermittence (régulation par thermostat) et consomme 150 à 300 kW·h par an.

Point agrégation — Que se passe-t-il si le condenseur est encrassé ou mal ventilé ?

L'échange avec l'air se dégrade, la température et donc la pression de condensation montent : la compression doit fournir plus de travail et e_{fr} diminue ($e \leq T_f / (T_c - T_f)$ décroît quand T_c augmente). Symétriquement, un réglage plus froid de la chambre (T_f plus bas) coûte plus cher par joule extrait.

Conclusion

Les deux principes bornent toute machine : impossibilité du moteur monotherme, rendement de Carnot, efficacités maximales. Les machines réelles s'en écartent par leurs irréversibilités, que l'on sait localiser et quantifier grâce aux cycles modèles et aux diagrammes : cycle à air standard pour le moteur Diesel (rendement théorique 0,6, effectif 0,4), cycle à compression de vapeur dans le diagramme ($\log P, h$) pour le réfrigérateur (efficacité 5,3 pour le cycle idéal, 6,45 pour Carnot, 2 à 3 pour l'appareil). La même démarche s'applique à la plupart des machines : cycle de Beau de Rochas (moteur à essence), de Brayton (turbine à gaz, turboréacteur), de Rankine–Hirn (centrales thermiques et nucléaires), de Stirling (compléments ci-après). Les enjeux sont considérables : améliorer de quelques points le rendement d'une centrale ou d'un moteur, c'est économiser des millions de tonnes de combustible ; les cycles combinés gaz atteignent aujourd'hui 60 % et la cogénération valorise la chaleur rejetée.

IV Compléments : autres machines réelles et expériences

Cette partie dépasse le cadre des 40 minutes ; elle fournit des réserves pour les questions, des variantes de plan et deux expériences quantitatives.

1 Moteur à essence : cycle de Beau de Rochas

Dans le moteur à allumage commandé (figure 11), un mélange air–essence est comprimé puis enflammé par une étincelle : la combustion est si rapide qu'on la modélise par une isochore $2 \rightarrow 3$. Avec le même raisonnement qu'en II.2, $\eta = 1 - r^{1-\gamma}$. Le taux de compression est limité à 8–12 par le *cliquetis* (auto-inflammation prématurée du mélange), d'où un rendement théorique de 0,56 à 0,63 et effectif de 25 à 35 %. Les moteurs actuels (injection directe, cycle d'Atkinson–Miller des hybrides) grignotent quelques points.

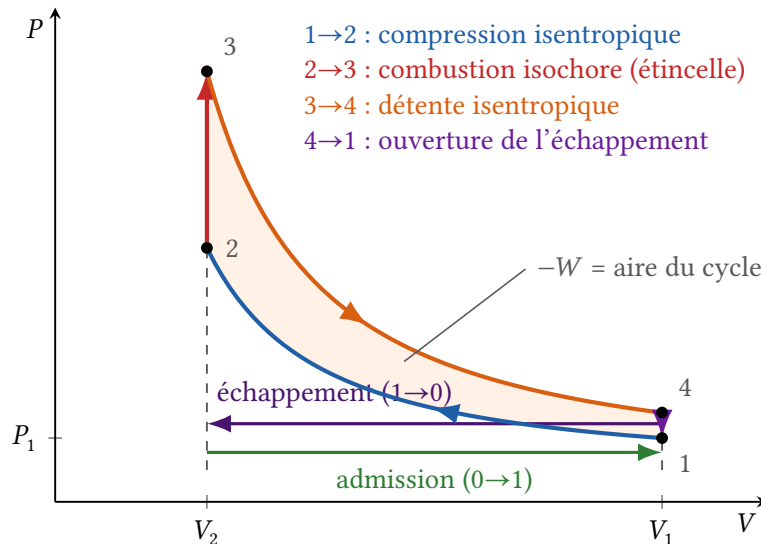


FIG. 11. Cycle de Beau de Rochas idéal.

2 Turbine à gaz et turboréacteur : cycle de Brayton

La turbine à gaz est une machine à écoulement : compresseur ($1 \rightarrow 2$, isentropique), chambre de combustion ($2 \rightarrow 3$, isobare), turbine ($3 \rightarrow 4$, isentropique) qui entraîne le compresseur et la charge, échappement ($4 \rightarrow 1$, isobare dans le modèle fermé). Les bilans enthalpiques (11) donnent $w_{\text{comp}} = h_2 - h_1$, $q_c = h_3 - h_2$, $w_{\text{turb}} = h_4 - h_3$ et, pour un gaz parfait, avec le rapport de pression $\tau = P_2/P_1$:

$$\eta_{\text{Brayton}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \tau^{-(\gamma-1)/\gamma}. \quad (12)$$

Pour $\tau = 20$: $\eta = 0,58$; les turbines réelles atteignent 35 à 40 %, limitées par la température d'entrée turbine (1 500–1 700 K avec des aubes refroidies et des revêtements céramiques) et par les rendements isentropiques du compresseur et de la turbine (0,85–0,90). Dans un turboréacteur, la turbine ne prélève que le travail du compresseur ; le reste de la détente a lieu dans la tuyère et produit la poussée. Dans une centrale à cycle combiné, les gaz d'échappement à 600 °C alimentent une chaudière de récupération et un cycle à vapeur : rendement global ≈ 60 %.

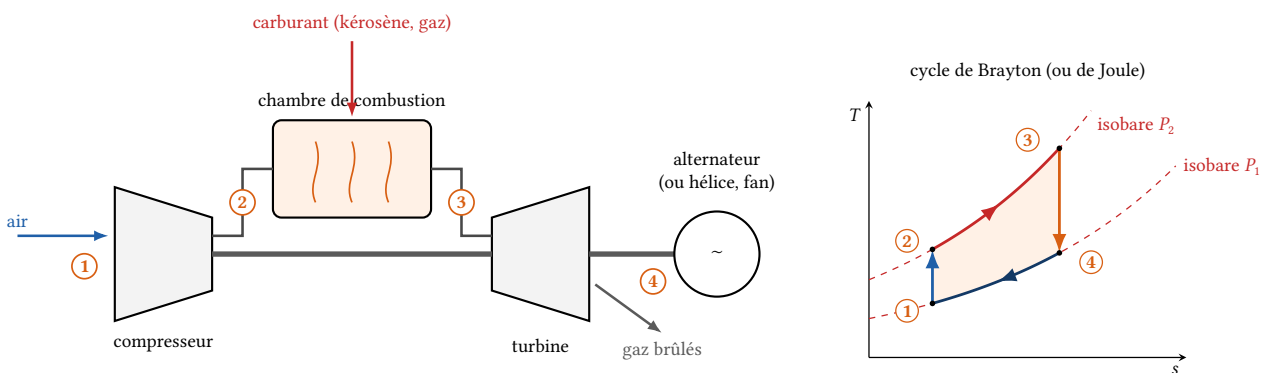


FIG. 12. Turbine à gaz et cycle de Brayton dans le diagramme (T, s) .

3 Centrales thermiques : cycle de Rankine–Hirn

Les centrales à flamme et nucléaires fonctionnent avec de l'eau en cycle fermé (figures 13 et 14) : pompe ($1 \rightarrow 2$, liquide, $w \approx v \Delta P$ très faible), générateur de vapeur ($2 \rightarrow 3$: chauffage, vaporisation, surchauffe, isobare), turbine ($3 \rightarrow 4$), condenseur ($4 \rightarrow 1$, isobare, refroidi par une rivière, la mer ou un aéroréfrigérant). Le cycle sans surchauffe est celui de Rankine ; avec surchauffe, celui de Hirn.

Exemple — Cycle de Hirn à 60 bar, 500 °C, condenseur à 0,05 bar

Tables de l'eau (CoolProp) : $h_1 = 137,7 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ (liquide saturé à 32,9 °C), $h_2 = 143,8 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, $h_3 = 3423 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, $h_4 = 2098 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ ($x_4 = 0,81$). Travail de la turbine $1325 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, de la pompe $6 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, chaleur reçue $3279 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$: $\eta = 0,40$ (Carnot entre 33 et 500 °C : 0,60). Avec un rendement isentropique de turbine de 0,85 : $\eta = 0,34$ et $x_{4'} = 0,89$. Sans surchauffe (vapeur saturée à 60 bar, 276 °C) : $\eta = 0,37$ mais $x_4 = 0,68$, inacceptable (les gouttelettes érodent les aubes ; on impose $x \geq 0,88$) : la surchauffe sert autant à protéger la turbine qu'à élever la température moyenne de réception de la chaleur.

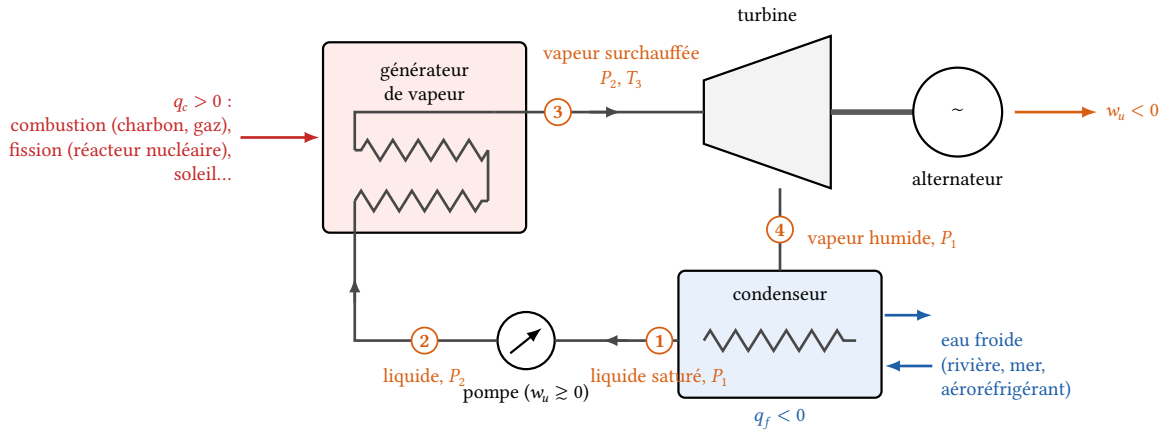


FIG. 13. Schéma d'une centrale à vapeur.

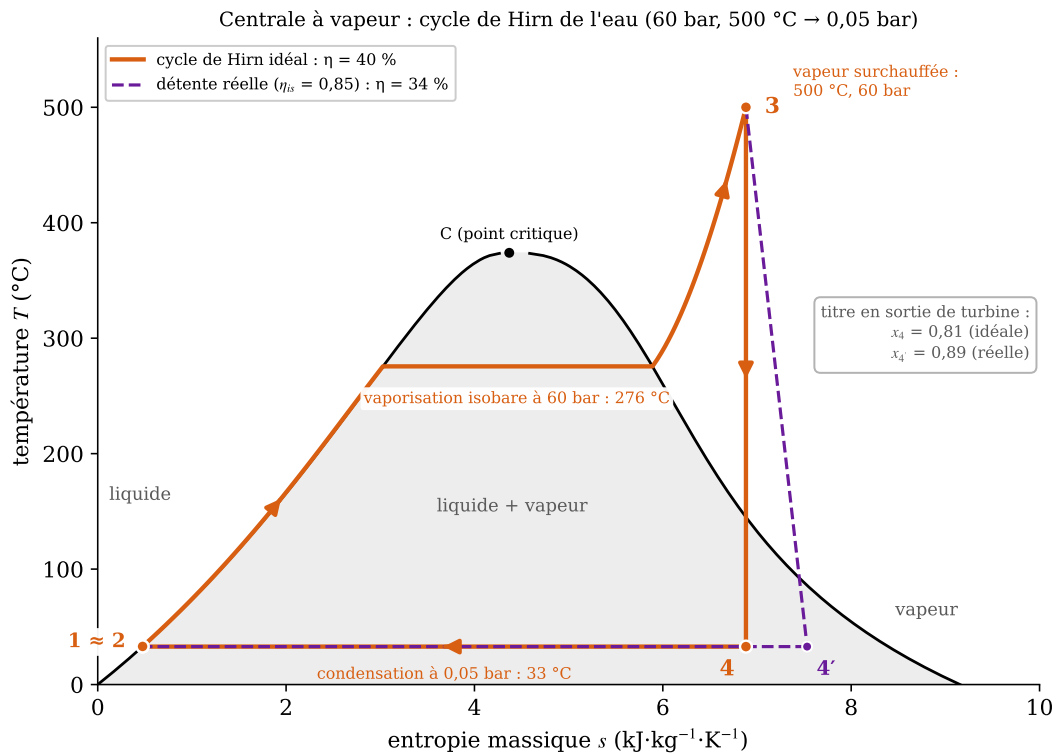


FIG. 14. Cycle de Hirn de l'eau dans le diagramme (T, s) (script figures/rankine-TS.py).

Ordres de grandeur — Centrales réelles

REP français : vapeur saturée à 70 bar ($\approx 285 \text{ °C}$), $\eta \approx 33 \%$, soit pour 1300 MW électriques près de 2700 MW rejetés à la source froide ; centrale charbon supercritique (250 bar, 600 °C) : $\approx 45 \%$; cycle combiné gaz : $\approx 60 \%$; géothermie (Larderello, vapeur à 250 °C) : $\approx 16 \%$.

4 Le modèle endoréversible et le rendement de Curzon–Ahlborn

Pourquoi les centrales plafonnent-elles si loin de Carnot? Supposons le cycle du fluide intérieurement réversible (machine de Carnot entre T'_c et T'_f), mais les échanges avec les sources régis par des conductances thermiques finies : $\dot{Q}_c = K_c(T_c - T'_c)$ et $-\dot{Q}_f = K_f(T'_f - T_f)$. Une machine de Carnot *exactement* réversible exigerait $T'_c = T_c$, donc des échangeurs infiniment grands ou un cycle infiniment lent : sa puissance est nulle. À l'inverse, si $T'_c \rightarrow T'_f$, le rendement s'annule. Entre les deux, il existe un régime de **puissance maximale**.

Démonstration – Rendement à puissance maximale

Avec $\dot{Q}_f/\dot{Q}_c = -T'_f/T'_c$ (Carnot interne) et les lois d'échange, on exprime la puissance $\mathcal{P} = \dot{Q}_c + \dot{Q}_f$ en fonction de T'_c et T'_f et on l'extrémise. Le calcul (Curzon et Ahlborn, 1975; déjà chez Chambadal et Novikov en 1957) donne, *quelles que soient* K_c et K_f , $T'_f/T'_c = \sqrt{T_f/T_c}$ au maximum de puissance, d'où

$$\eta_{CA} = 1 - \sqrt{\frac{T_f}{T_c}} \quad (13)$$

Pour $K_c = K_f = K$: $\mathcal{P}_{\max} = \frac{K}{4}(\sqrt{T_c} - \sqrt{T_f})^2$.

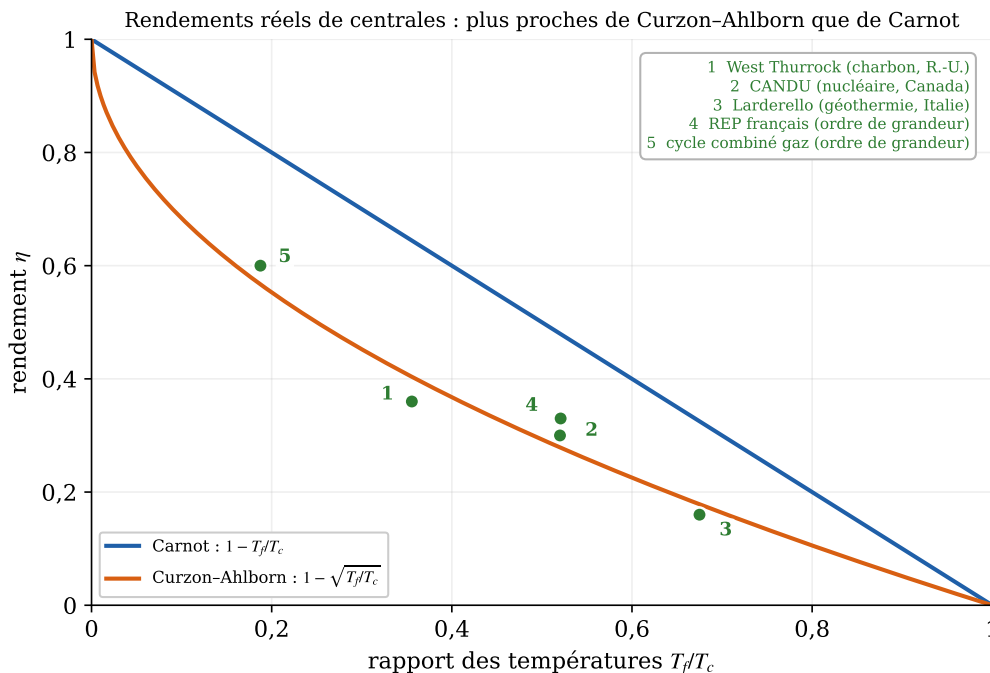


FIG. 15. Rendement de Carnot, rendement de Curzon–Ahlborn et rendements observés. Les trois premières centrales sont celles de l'article de 1975 (West Thurrock : $T_c = 838$ K, $T_f = 298$ K, $\eta_C = 0,64$, $\eta_{CA} = 0,40$, observé 0,36; CANDU : 0,48, 0,28, 0,30; Larderello : 0,32, 0,175, 0,16); les deux autres sont des ordres de grandeur actuels.

Attention

η_{CA} n'est pas une borne (seule la borne de Carnot l'est) : c'est le rendement d'un modèle optimisé pour la puissance, non pour le rendement. Des machines peuvent le dépasser (en acceptant une puissance moindre pour un investissement donné). Son succès empirique montre surtout que la perte dominante des grandes machines est le transfert thermique sous écart de température fini.

5 Expérience 1 : diagramme (P, V) d'un moteur Stirling de démonstration

Le moteur Stirling (1816) est une machine à combustion *externe* : un gaz (air) enfermé est alternativement poussé par un *dépouleur* vers une extrémité chaude et une extrémité froide, tandis qu'un piston de travail

recueille le travail. Le cycle idéal est fait de deux isothermes et de deux isochores ; avec un *régénérateur* parfait (matrice qui stocke la chaleur entre les deux isochores), son rendement est celui de Carnot.

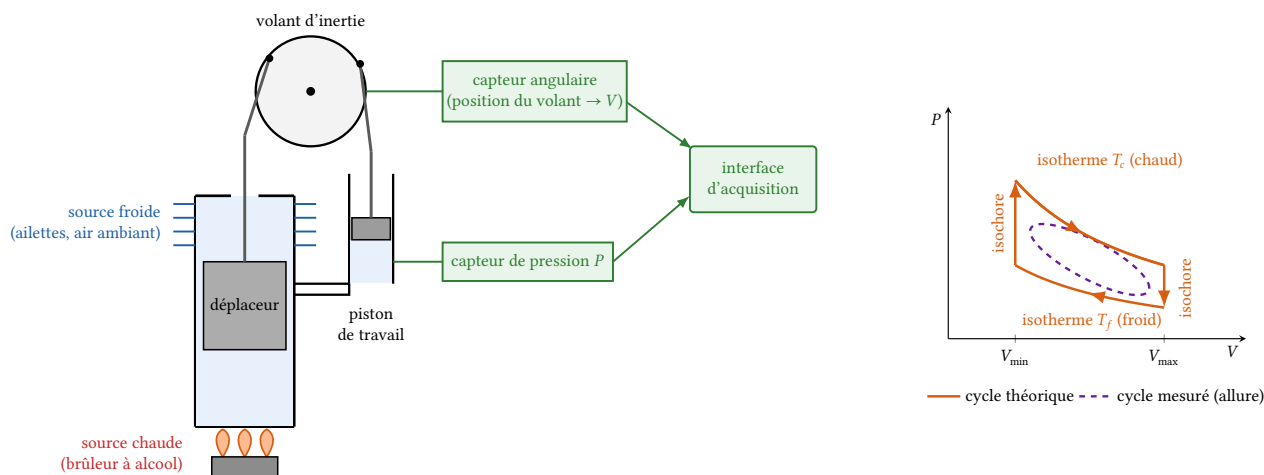


FIG. 16. Moteur Stirling de démonstration (type gamma) instrumenté, et cycle théorique comparé à l'allure du cycle mesuré.

Expérience — Relevé du cycle et mesure du travail par cycle

Matériel : moteur Stirling de démonstration à brûleur à alcool (ou résistance chauffante), capteur de pression différentiel raccordé au cylindre, capteur de position (potentiomètre angulaire sur le volant, ou capteur optique), interface d'acquisition, thermocouples sur les extrémités chaude et froide.

Protocole : (1) étalonner le capteur de pression (pression atmosphérique au repos) et relier l'angle du volant au volume par la géométrie (course du piston, section); (2) chauffer, lancer le moteur, attendre un régime stationnaire (fréquence stable, 5 à 10 Hz); (3) acquérir $P(t)$ et $V(t)$ sur une vingtaine de cycles; (4) tracer $P(V)$, mesurer l'aire moyenne $-W = \oint P dV$ (intégration numérique), en déduire la puissance indiquée $\mathcal{P} = -Wf$.

Résultats attendus : cycle réel « arrondi » (les phases ne sont ni isothermes ni isochores : le gaz n'a pas le temps d'échanger, le déplaceur et le piston bougent en même temps); $-W \sim 10$ à 100 mJ, $\mathcal{P} \sim 0,1$ à 1 W, à comparer à la puissance du brûleur (~ 100 W) : rendement global de l'ordre de 1 %, alors que $T_c \approx 600$ K et $T_f \approx 320$ K donneraient $\eta_C \approx 0,47$. Les pertes dominantes : chaleur du brûleur qui n'entre pas dans le gaz, conduction le long du cylindre, frottements.

Incertitudes : étalonnage du capteur de pression (quelques %), relation angle-volume (volume mort mal connu : ne décale le cycle qu'horizontalement, sans changer l'aire), bruit et moyenne sur N cycles ($\sigma/\sqrt{N}$).

6 Expérience 2 : efficacité d'une pompe à chaleur didactique

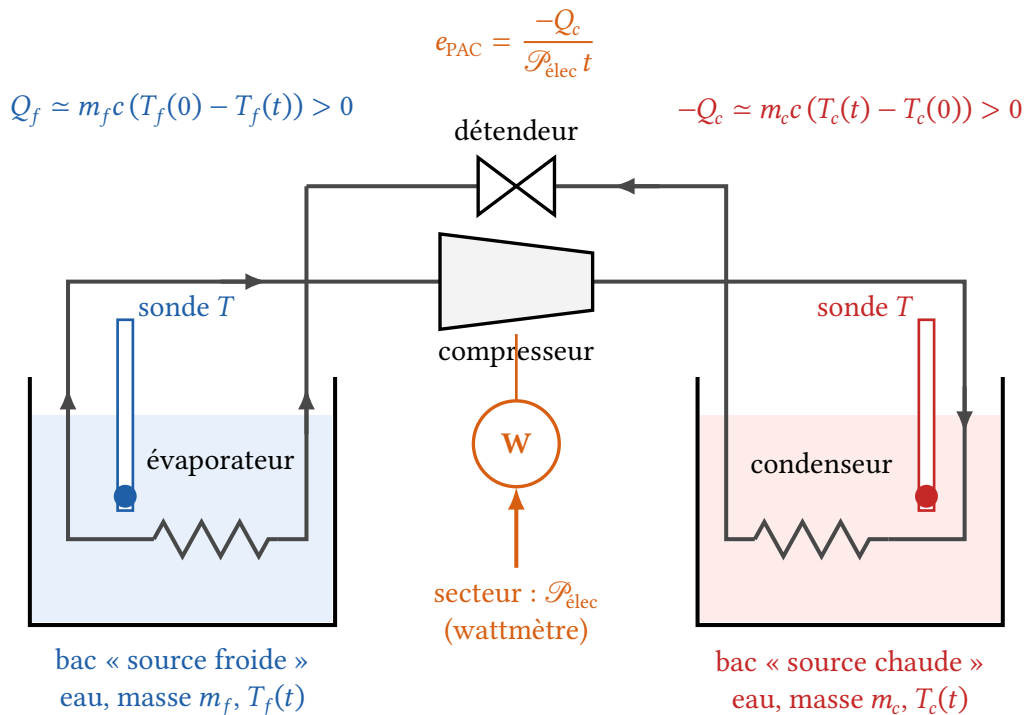


FIG. 17. Pompe à chaleur didactique : l'évaporateur et le condenseur plongent dans deux bacs d'eau instrumentés ; un wattmètre mesure l'énergie électrique consommée.

Expérience — Bilan énergétique et efficacité

Matériel : pompe à chaleur didactique (compresseur hermétique, deux échangeurs à serpentin), deux bacs isolés contenant chacun $m \approx 4$ kg d'eau agitée, deux sondes de température, wattmètre (ou compteur d'énergie), manomètres HP/BP si la machine en est équipée.

Protocole : relever $T_c(t)$, $T_f(t)$ et l'énergie électrique $E_{el}(t)$ toutes les 30 s pendant 10 à 15 min, en partant de deux bacs à la température ambiante.

Exploitation : $-Q_c(t) = m_c c [T_c(t) - T_c(0)]$, $Q_f(t) = m_f c [T_f(0) - T_f(t)]$; vérifier le bilan $E_{el} + Q_c + Q_f \approx 0$ (l'écart mesure les fuites thermiques et la chaleur stockée dans le cuivre et le compresseur) ; tracer $e_{PAC}(t) = -Q_c/E_{el}$ et la borne $T_c/(T_c - T_f)$ calculée avec les températures des bacs : l'efficacité, de 4 à 5 au début, décroît vers 2 à 3 quand l'écart entre les bacs grandit, et reste toujours en dessous de la borne, elle-même décroissante. Si l'on dispose des pressions HP et BP, lire sur le diagramme du fluide les températures de condensation et d'évaporation : elles encadrent celles des bacs de quelques kelvins, illustrant les écarts de température nécessaires aux transferts.

Incertitudes : capacité thermique des bacs et des serpents (à estimer ou à étalonner avec une résistance chauffante), homogénéité de la température (agiter), lecture du wattmètre (quelques %), pertes vers l'air (négligeables sur les premières minutes).

A Questions classiques du jury

Point agrégation — Rendement et efficacité : pourquoi deux mots ?

Le rendement d'un moteur compare deux énergies de même nature « noble » (travail fourni / chaleur payée) et le second principe impose $\eta < 1$. Pour un récepteur, le rapport Q_f/W ou $-Q_c/W$ peut dépasser 1 sans violer aucun principe : l'énergie « gratuite » prélevée à la source froide s'ajoute au travail. On parle d'efficacité ou de COP ; un « rendement de 500 % » est une faute de vocabulaire.

Point agrégation – Pourquoi les isentropiques sont-elles plus pentues que les isothermes ?

Formule de Reech $\kappa_T = \gamma \kappa_S$: la compressibilité isentropique est plus petite (le gaz s'échauffe quand on le comprime sans échange, ce qui augmente P davantage). C'est aussi ce qui donne au cycle de Carnot une aire non nulle dans (P, V) .

Point agrégation – Le théorème de Carnot vaut-il pour un cycle à plus de deux sources ?

Oui, sous la forme généralisée : $\eta \leq 1 - T_{f,\min}/T_{c,\max}$, où interviennent la plus haute et la plus basse des températures de source ; l'égalité exige un cycle de Carnot entre ces deux-là. C'est pourquoi on cherche à recevoir la chaleur à la température la plus haute possible (surchauffe, resurchauffe) et à la rejeter à la plus basse (condenseur sous vide, à 0,05 bar).

Point agrégation – Pourquoi le détendeur est-il un simple capillaire et non une turbine ?

La détente isenthalpique « gaspille » $T_f(s_4 - s_3) \approx 4 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, soit moins de 15 % du travail de compression : une turbine de détente coûterait plus qu'elle ne rapporte sur un réfrigérateur domestique. On en utilise dans les grosses installations et les machines au CO_2 (éjecteurs, détendeurs à récupération).

Point agrégation – Pourquoi surchauffer la vapeur à l'aspiration du compresseur ?

Pour garantir l'absence de liquide : le liquide est incompressible et détruirait les clapets ou la bielle (« coup de liquide »). Le détendeur thermostatique règle le débit pour maintenir quelques kelvins de surchauffe en sortie d'évaporateur.

Point agrégation – Comment fonctionne un réfrigérateur à absorption (sans compresseur) ?

Le compresseur mécanique est remplacé par un cycle chimique : la vapeur (ammoniac) est absorbée dans l'eau à basse pression, la solution est pompée (travail négligeable) puis chauffée (bouilleur) pour libérer l'ammoniac à haute pression. C'est une machine *tritherme* : la « dépense » est de la chaleur à haute température (flamme de gaz, électricité, soleil). Le second principe donne alors une borne différente, $e \leq \frac{T_f}{T_0 - T_f} \frac{T_b - T_0}{T_b}$ (T_b bouilleur, T_0 ambiance).

Point agrégation – Une pompe à chaleur est-elle toujours plus intéressante qu'un radiateur électrique ?

Énergétiquement oui tant que $e_{\text{PAC}} > 1$, ce qui est toujours le cas ; mais e_{PAC} chute quand la source froide (air extérieur) se refroidit, précisément quand on a besoin de chauffer : $e \leq T_c/(T_c - T_f)$ passe de 8,4 à 5,8 entre +7 et -10 °C pour $T_c = 318 \text{ K}$; les valeurs réelles de 3–4 tombent à 2. D'où l'intérêt des sources froides stables (sol, nappe).

Point agrégation – Que vaut un cheval-vapeur ?

1 ch = 735,5 W (cheval métrique). Un moteur de 100 kW « fait » 136 ch.

B Erreurs et imprécisions corrigées par rapport aux notes manuscrites

Les notes de 2019 ont été relues ligne à ligne ; les corrections et compléments suivants ont été apportés (détail dans `sources/corrections.md`) :

1. date des *Réflexions* de Carnot : 1824 (et non 1842) ;
2. niveau : le bilan enthalpique en écoulement et le diagramme $(\log P, h)$ relèvent de la deuxième année de CPGE, non de PCSI ;
3. vocabulaire : *efficacité* (et non rendement) pour les machines réceptrices ;
4. moteur à combustion interne : explicitation du modèle du cycle à air standard, sans lequel la notion de source chaude n'a pas de sens ;
5. cycle de Diesel : les isentropiques sont $1 \rightarrow 2$ et $3 \rightarrow 4$; notations standard r et ρ ; la formule du cycle mixte du diaporama omettait l'exposant γ sur $\alpha_{4,2}$; $\alpha_{4,2} = T_4/T_3$ (et non T_4/T_2) ; $T_5 = 1\,242 \text{ K}$ (et non

1 836 K); $k_V = 21,2\%$; T_4 est signalée comme surestimée par le modèle;

6. comparaison aux moteurs réels : la cylindrée du calcul (18 L) est celle d'un poids lourd de 300–400 kW, non d'une voiture de 130 ch;
7. réfrigérateur : enthalpies recalculées à partir des tables de référence ($h_3 = 234,5$ et non $232 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$, $h_2 = 418,6$) : $e = 5,35$ (lecture graphique du BUP : 5,6); la détente est isenthalpique quel que soit le fluide et irréversible; l'allure quasi verticale des isentropes et isothermes dans le liquide vient de $v \ll$, non de « T constante »;
8. ajouts : fluides frigorigènes actuels, cycle réel du réfrigérateur chiffré, autres cycles, modèle de Curzon–Ahlborn, deux expériences, questions du jury.

C Table de saturation du R134a

Valeurs CoolProp (convention IIR : $h = 200 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ et $s = 1 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ pour le liquide saturé à 0°C).

T ($^\circ\text{C}$)	P_{sat} (bar)	h_ℓ (kJ/kg)	h_v (kJ/kg)	ℓ_v (kJ/kg)
−40	0,512	148,1	374,0	225,9
−30	0,844	160,8	380,3	219,5
−26,1	1,013	165,8	382,8	217,0
−20	1,327	173,6	386,6	212,9
−15	1,639	180,1	389,6	209,5
−10	2,006	186,7	392,7	206,0
0	2,928	200,0	398,6	198,6
10	4,146	213,6	404,3	190,7
20	5,717	227,5	409,7	182,3
25	6,654	234,5	412,3	177,8
30	7,702	241,7	414,8	173,1
40	10,17	256,4	419,4	163,0
50	13,18	271,6	423,4	151,8
60	16,82	287,5	426,6	139,1
80	26,33	322,4	428,8	106,4
100	39,72	373,3	407,7	34,4

D Script Python : cycle mixte du moteur Diesel

Version abrégée du script figures/diesel-mixte-PV.py qui produit les valeurs de l'exemple II.3.

```

1 g, cp, R, M = 1.39, 1010.0, 8.314, 0.029 # gamma, c_p (J/kg/K), R, M_air
2 cv = cp / g
3 P1, T1, Pmax = 1.0e5, 338.0, 65.0e5 # Pa, K, Pa
4 r, alpha, a12, Cyl = 42.2e6, 0.040, 15.0, 3.0e-3 # PCI, m_carb/m_air, V1/V2, cyl.
5 V1 = a12 / (a12 - 1) * Cyl; V2 = V1 / a12; m = M * P1 * V1 / (R * T1) # m : air/cycle
6 T2 = a12 ** (g - 1) * T1; P2 = P1 * a12 ** g
7 kV = 100 * cv * T1 / (r * alpha) * (Pmax / (a12 * P1) - a12 ** (g - 1)) # P3 = Pmax
8 T3 = T2 + kV / 100 * r * alpha / cv; P3 = P1 * a12 * T3 / T1
9 T4 = T3 + (1 - kV / 100) * r * alpha / cp; V4 = V2 * T4 / T3
10 T5 = T4 * (V4 / V1) ** (g - 1)
11 Qc = m * cv * (T3 - T2) + m * cp * (T4 - T3); Qf = m * cv * (T1 - T5)
12 W = -(Qc + Qf); eta = -W / Qc; P_th = -W * 6 * 2300 / 2 / 60 # 6 cyl., 2300 tr/min
13 print(f"kv={kv:.1f} % T3={T3:.0f} K T5={T5:.0f} K eta={eta:.2f} P={P_th/1e3:.0f} kW")

```