

Aspects corpusculaires du rayonnement. Notion de photon

Notes de cours — préparation à l'agrégation de physique

Rémi Mevaere — sciences-physiques.net

Niveau	Fin de licence (L3). Les parties I et II sont accessibles en CPGE (MP, PC); la partie III.1 est un complément.
Prérequis	Électromagnétisme (ondes planes, vecteur de Poynting, polarisation); thermodynamique et facteur de Boltzmann; relativité restreinte ($E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$); mécanique quantique (oscillateur harmonique, opérateurs $\hat{a}$ et $\hat{a}^\dagger$); optique ondulatoire (interférences).
Bibliographie	ASPECT, GRANGIER, FABRE, <i>Introduction aux lasers et à l'optique quantique</i> , Ellipses; GRYNBERG, ASPECT, FABRE, <i>Introduction to Quantum Optics</i> , Cambridge, chap. 5; COHEN-TANNOUDJI, DUPONT-ROC, GRYNBERG, <i>Photons et atomes</i> , EDP Sciences; DIU <i>et al.</i> , <i>Physique statistique</i> , Hermann (corps noir); PÉREZ, <i>Électromagnétisme</i> , Dunod (pression de radiation); BASDEVANT, DALIBARD, <i>Mécanique quantique</i> , École polytechnique; HECHT, <i>Optique</i> , Pearson. Articles : voir la bibliographie en fin de document.

Avertissement

Ce document reprend mes **notes de cours personnelles** rédigées pour la préparation à l'agrégation de physique. Il peut servir de support de travail, mais il doit **impérativement être retravaillé** par chaque candidat : le plan, le niveau, les démonstrations et les expériences sont à adapter à sa propre leçon et au programme en vigueur. Malgré le soin apporté à la relecture, une erreur reste possible.

Plan et minutage

Partie	Durée
Introduction : de Newton à Einstein	2 min
I.1 Le corps noir et l'hypothèse de Planck	6 min
I.2 L'effet photoélectrique et le quantum de lumière	7 min
II.1 Énergie et masse du photon	3 min
II.2 Quantité de mouvement : effet Compton, pression de radiation	8 min
II.3 Moment cinétique et spin : expérience de Beth	5 min
III.1 Le photon, excitation d'un mode du champ	3 min
III.2 Preuves expérimentales : anticorrélation, interférences à un photon	4 min
Conclusion : dualité et complémentarité	2 min

Introduction

En 1905, dans un article des *Annalen der Physik* intitulé « Un point de vue heuristique concernant la production et la transformation de la lumière », Einstein interprète l'interaction entre la lumière et la matière à l'aide de *Lichtquanten*, des quanta de lumière d'énergie $h\nu$. Il explique ainsi, entre autres, l'extraction d'électrons d'un métal par un rayonnement ultraviolet.

La description granulaire de la lumière est pourtant ancienne : les atomistes Démocrite et Épicure imaginaient des particules s'échappant des objets vers l'œil, et Newton (*Opticks*, 1704) défendit une théorie corpus-

culaire. Les succès de la théorie ondulatoire, avec les interférences de Young (1801) et la diffraction de Fresnel (1818), puis l'unification électromagnétique de Maxwell (1865) semblaient l'avoir définitivement écartée.

Le quantum de lumière ne fut accepté que lentement : Einstein lui attribue une quantité de mouvement en 1917, Compton met celle-ci en évidence en 1923, et le mot *photon* est proposé par le chimiste Gilbert Lewis en 1926. Il faudra attendre les années 1970–1980 et l'optique quantique (Kimble, Dagenais et Mandel en 1977 ; Grangier, Roger et Aspect en 1986) pour disposer de preuves directes et sans échappatoire de son existence.

Problématique : quelles expériences imposent une description corpusculaire du rayonnement, quelles sont les propriétés de la particule ainsi introduite, et en quel sens le photon est-il « une particule » ?

I Naissance du quantum de lumière

1 Le rayonnement du corps noir et l'hypothèse de Planck

a) Faits expérimentaux

Définition — Corps noir

Un corps noir est un corps qui absorbe intégralement tout rayonnement incident, quelle que soit sa fréquence. À l'équilibre thermique à la température T , il émet un rayonnement dont la répartition spectrale ne dépend que de T (Kirchhoff, 1860). Une cavité fermée percée d'un petit trou en est une excellente réalisation (figure 1) : un rayon entrant subit de multiples réflexions et absorptions avant de pouvoir ressortir.

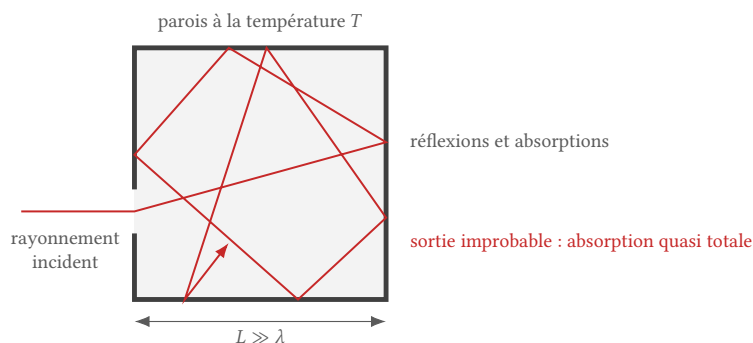


FIG. 1. Réalisation d'un corps noir par une cavité isotherme percée d'un petit trou.

On caractérise le rayonnement dans la cavité par sa densité spectrale d'énergie $u_\nu(\nu, T)$ (énergie par unité de volume et par unité de fréquence) ou par l'exitance spectrale $M_\nu = \frac{c}{4}u_\nu$ (puissance émise par unité de surface du trou et par unité de fréquence). Trois lois expérimentales étaient établies avant 1900 :

- loi de Stefan (1879), interprétée par Boltzmann (1884) : $M = \sigma T^4$ avec $\sigma = 5,670 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$;
- loi du déplacement de Wien (1893) : $\lambda_{\text{max}} T = 2,898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$;
- mesures précises de Lummer et Pringsheim (1899) et de Rubens et Kurlbaum (1900) sur tout le spectre, de l'ultraviolet à l'infrarouge lointain.

b) L'échec de la physique classique

Le champ dans la cavité se décompose sur des ondes stationnaires (modes). Le nombre de modes de fréquence comprise entre ν et $\nu + d\nu$ dans un volume V est $g(\nu)d\nu = \frac{8\pi V}{c^3}\nu^2 d\nu$, le facteur 2 des polarisations compris. Le théorème d'équipartition attribue à chaque mode (deux degrés de liberté quadratiques) l'énergie moyenne $k_B T$, d'où la loi de Rayleigh (1900) et Jeans (1905) :

$$u_\nu^{\text{RJ}} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} k_B T$$

Cette loi décrit bien les grandes longueurs d'onde mais diverge aux hautes fréquences : l'énergie totale $\int u_\nu d\nu$ serait infinie. C'est la « catastrophe ultraviolette » (expression d'Ehrenfest, 1911), illustrée sur la figure 2.

Attention

La loi en $1/\lambda^4$ n'est pas une loi expérimentale de Rayleigh et Jeans : c'est une *prédiction classique*, contredite par les mesures de Lummer, Pringsheim, Rubens et Kurlbaum aux courtes longueurs d'onde. Les notes manuscrites d'origine confondaient les deux.

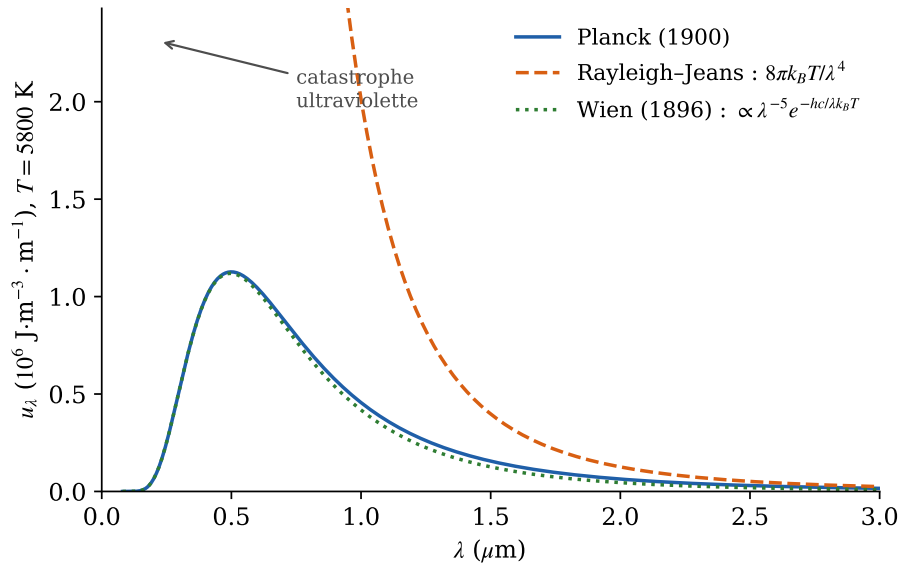


Fig. 2. Densité spectrale d'énergie à $T = 5800 \text{ K}$: loi de Planck, loi classique de Rayleigh-Jeans et approximation de Wien.

c) L'hypothèse de Planck et la loi du corps noir

Repère historique

Le 14 décembre 1900, Planck présente à la Société allemande de physique une dérivation de la loi qu'il avait d'abord devinée par interpolation en octobre. Il y introduit une « grandeur auxiliaire » (*Hilfsgröße*) h et suppose que les résonateurs matériels des parois n'échangent de l'énergie avec le rayonnement que par multiples entiers de $\varepsilon = h\nu$. Planck quantifie les échanges, pas le rayonnement lui-même : c'est Einstein qui franchira ce pas en 1905. En ajustant les mesures de Rubens et Kurlbaum, il obtient $h = 6,55 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, à 1 % de la valeur actuelle.

Théorème — Loi de Planck (1900)

Si l'énergie d'un mode de fréquence ν ne peut prendre que les valeurs $\varepsilon_n = nh\nu$ ($n \in \mathbb{N}$), la densité spectrale d'énergie du rayonnement d'équilibre à la température T est

$$u_\nu(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \quad \text{soit} \quad u_\lambda(\lambda, T) = \frac{8\pi h c}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1}$$

avec $h = 6,626\,070\,15 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ (valeur exacte depuis 2019).

Démonstration

Énergie moyenne d'un mode. Les parois imposent la température T : on utilise la distribution canonique avec $\beta = 1/k_B T$. La fonction de partition d'un mode est une série géométrique,

$$Z = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta n h \nu} = \frac{1}{1 - e^{-\beta h \nu}}$$

et l'énergie moyenne s'en déduit :

$$\langle \varepsilon \rangle = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta} = \frac{h\nu e^{-\beta h\nu}}{1 - e^{-\beta h\nu}} = \frac{h\nu}{e^{\beta h\nu} - 1}$$

Dénombrement des modes. Dans une boîte cubique de côté L avec des conditions aux limites périodiques, les vecteurs d'onde autorisés forment un réseau de maille $(2\pi/L)^3$ dans l'espace des $\vec{k}$. Le nombre de modes de norme inférieure à k , pour les deux polarisations, est $N(k) = 2 \times \frac{4\pi k^3/3}{(2\pi/L)^3} = \frac{V k^3}{3\pi^2}$. Avec $k = 2\pi\nu/c$,

$$g(\nu)d\nu = \frac{dN}{d\nu}d\nu = \frac{8\pi V}{c^3} \nu^2 d\nu$$

On retrouve ce résultat en divisant le volume de l'espace des phases $V \cdot 4\pi p^2 dp$ par h^3 avec $p = h\nu/c$, ce qui anticipe la quantité de mouvement du photon (partie II.2).

Conclusion. L'énergie contenue dans la bande $d\nu$ est $dU = g(\nu)\langle \varepsilon \rangle d\nu$, d'où $u_\nu = \frac{1}{V} \frac{dU}{d\nu}$, qui est la loi annoncée. Le passage à u_λ utilise $u_\lambda |d\lambda| = u_\nu |d\nu|$ avec $\nu = c/\lambda$.

Propriété – Limites et conséquences

- $h\nu \ll k_B T$: $e^{\beta h\nu} - 1 \approx \beta h\nu$ et l'on retrouve Rayleigh-Jeans ; la constante h disparaît.
- $h\nu \gg k_B T$: $u_\nu \approx \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-h\nu/k_B T}$, loi de Wien (1896) ; l'exponentielle supprime la catastrophe ultra-violette.
- L'intégration sur ν donne la loi de Stefan avec $\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15h^3 c^2}$; la dérivation de u_λ donne la loi de Wien avec $\lambda_{\max} T = \frac{hc}{4,965 k_B}$.

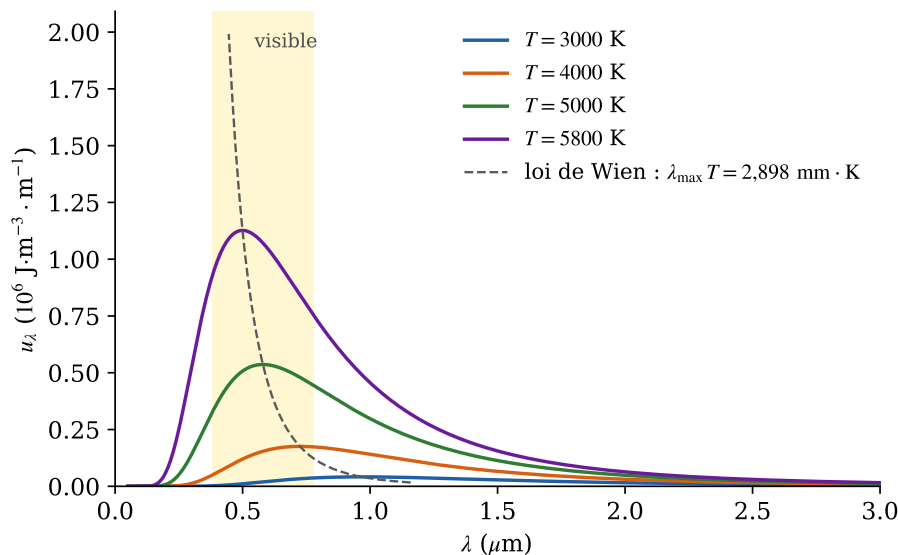


FIG. 3. Loi de Planck pour plusieurs températures et lieu des maxima (loi du déplacement de Wien).

Ordres de grandeur

Soleil ($T = 5\,772\text{ K}$) : $\lambda_{\max} = 502\text{ nm}$, au cœur du visible. Corps humain (310 K) : $\lambda_{\max} = 9,3\text{ }\mu\text{m}$, infrarouge thermique. Fond diffus cosmologique mesuré par le satellite COBE (lancé en 1989) : corps noir quasi parfait à $T = 2,725\text{ K}$, $\lambda_{\max} = 1,06\text{ mm}$; ses anisotropies de 10^{-5} ont valu le prix Nobel 2006 à Mather et Smoot.

Remarque. Le facteur $1/(e^{\beta h\nu} - 1)$ est le nombre moyen d'occupation d'un mode pour la statistique de Bose-Einstein à potentiel chimique nul : le rayonnement d'équilibre se comporte comme un gaz de bosons dont le nombre n est pas conservé. Cette lecture, due à Bose (1924), n'a de sens qu'une fois le photon introduit.

Planck quantifie les échanges d'énergie entre matière et rayonnement. Einstein va plus loin : et si la lumière elle-même était constituée de quanta ?

2 L'effet photoélectrique et le quantum de lumière

a) Faits expérimentaux

Définition – Effet photoélectrique

L'effet photoélectrique est l'émission d'électrons par un matériau (en général un métal) éclairé par un rayonnement de fréquence supérieure à un seuil ν_s caractéristique du matériau.

Repère historique

Hertz observe en 1887, alors qu'il vérifie la nature électromagnétique de la lumière, que l'ultraviolet facilite l'éclatement d'une étincelle. Hallwachs montre en 1888 qu'une plaque de zinc chargée négativement se décharge sous éclairage ultraviolet. Joseph John Thomson (1899) identifie les particules émises à des électrons. Lenard établit en 1902 que leur énergie cinétique dépend de la fréquence et non de l'intensité. Millikan vérifie la loi d'Einstein et mesure h en 1916, après dix ans d'efforts pour la réfuter.

Expérience – Électroscope de Hallwachs

Une plaque de zinc fraîchement décapée est fixée sur un électroscope (figure 4). On la charge négativement : les feuilles s'écartent. Éclairée par une lampe à vapeur de mercure sans enveloppe de verre (riche en UV à 254 nm), elle se décharge aussitôt. Une vitre, qui absorbe l'UV, supprime l'effet, de même qu'une lampe rouge même puissante. Chargée positivement, la plaque ne se décharge pas : les particules émises sont négatives. L'effet est instantané, sans délai mesurable (inférieur à quelques nanosecondes : Lawrence et Beams, 1928).

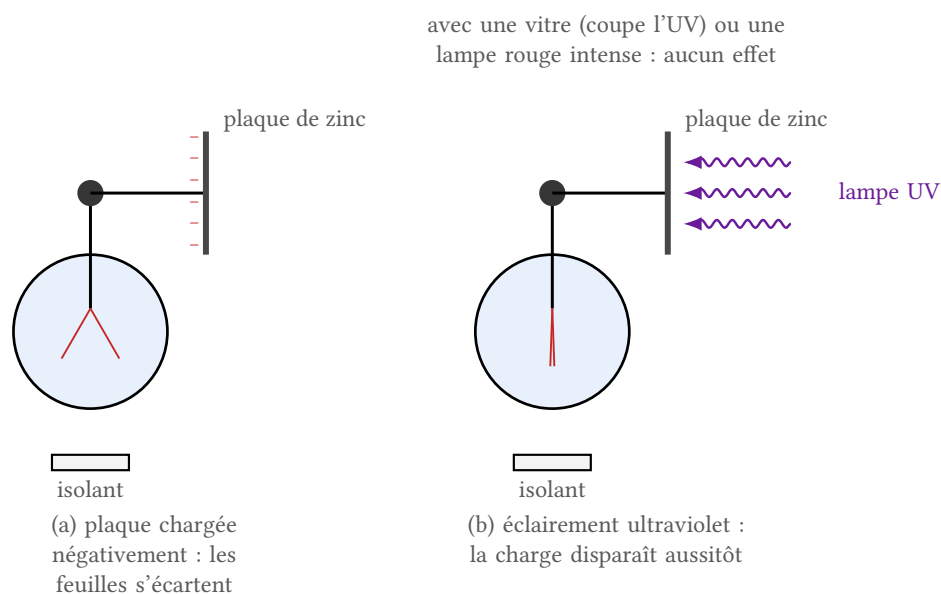


FIG. 4. Expérience de Hallwachs : décharge d'une plaque de zinc chargée négativement sous éclairage ultraviolet.

Les mesures quantitatives se font avec une cellule photoélectrique (figure 5) : une photocathode métallique et une anode dans une ampoule vide, une tension réglable $U = U_A - U_K$ et un microampèremètre. Pour $U > 0$,

l'anode collecte tous les électrons émis et le courant sature ; pour $U < 0$, seuls les électrons d'énergie cinétique $E_c > e|U|$ atteignent l'anode. Le courant s'annule pour $U = -V_{\text{arrêt}}$, avec $eV_{\text{arrêt}} = E_{c,\text{max}}$.

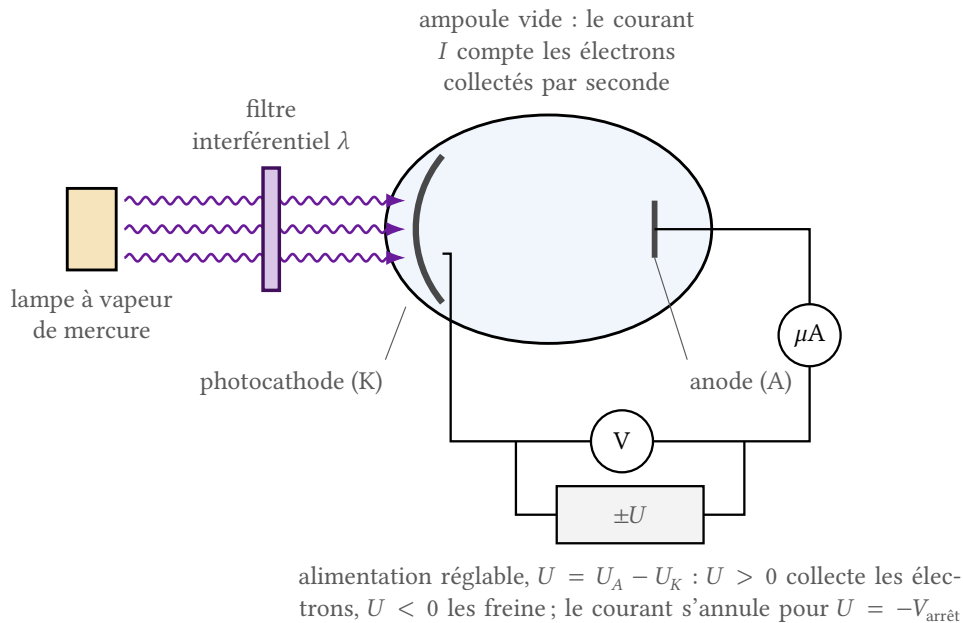


FIG. 5. Montage de mesure avec une cellule photoélectrique.

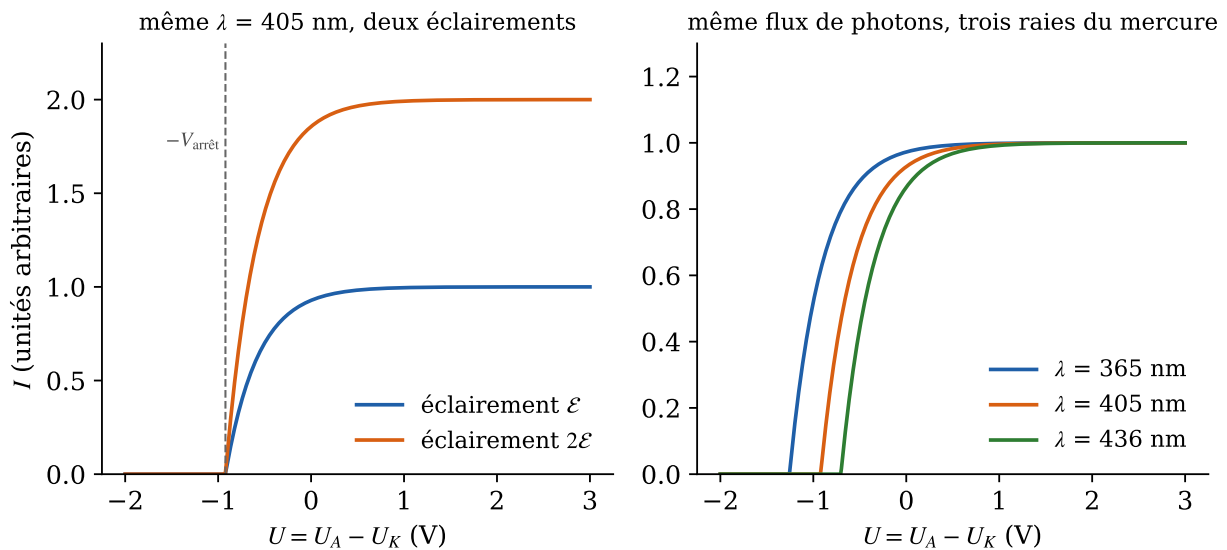


FIG. 6. Caractéristiques $I(U)$ d'une cellule au césium : le potentiel d'arrêt ne dépend pas de l'éclairement mais de la longueur d'onde.

Trois observations sont incompatibles avec une interprétation ondulatoire classique, dans laquelle le champ $\vec{E}$ de l'onde arracherait progressivement les électrons :

1. il existe une fréquence seuil ν_s en dessous de laquelle aucun électron n'est émis, quelle que soit l'intensité ; classiquement, une onde suffisamment intense devrait toujours extraire des électrons ;
2. l'énergie cinétique maximale des électrons est une fonction affine de ν et ne dépend pas de l'intensité, alors que la force de Lorentz, donc l'énergie communiquée, devrait croître avec l'amplitude du champ ;
3. l'émission est instantanée même à très faible intensité, alors qu'un électron devrait classiquement accumuler l'énergie nécessaire pendant un temps mesurable.

Exemple — Le temps d'accumulation classique

Une lampe UV de 1 W éclaire uniformément une plaque de zinc ($W_s = 4,3 \text{ eV}$) située à 1 m. L'éclairement vaut $1 \text{ W} / 4\pi \text{ m}^2 \approx 8 \times 10^{-2} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. Un électron de la surface, sur une section de l'ordre de $(0,1 \text{ nm})^2 = 1 \times 10^{-20} \text{ m}^2$, reçoit $8 \times 10^{-22} \text{ W}$: il lui faudrait $6,9 \times 10^{-19} \text{ J} / 8 \times 10^{-22} \text{ W} \approx 15 \text{ min}$ pour accumuler W_s . L'émission est pourtant immédiate.

b) L'interprétation d'Einstein (1905)

Einstein suppose que l'énergie lumineuse de fréquence ν est répartie en quanta indivisibles d'énergie $h\nu$, localisés, et qu'un électron du métal absorbe un quantum en entier. L'échange est une *absorption* : le quantum disparaît et cède toute son énergie (les notes manuscrites parlaient de « collision inélastique », au sens où l'énergie cinétique n'est pas conservée).

Théorème — Relation d'Einstein

Pour extraire un électron du métal, il faut lui fournir au moins le travail de sortie W_s (figure 7). L'énergie cinétique maximale des électrons émis est

$$E_{c,\max} = h\nu - W_s = eV_{\text{arrêt}} \quad \Rightarrow \quad V_{\text{arrêt}} = \frac{h}{e} \nu - \frac{W_s}{e}$$

L'effet n'existe que pour $h\nu \geq W_s$, soit $\nu \geq \nu_s = W_s/h$. Le nombre d'électrons émis par seconde, donc le courant de saturation, est proportionnel au flux de quanta, donc à l'intensité.

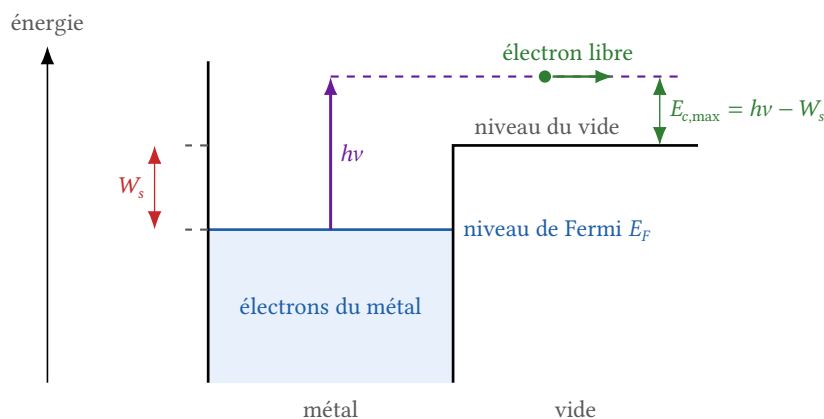


Fig. 7. Bilan d'énergie : travail de sortie et énergie cinétique maximale.

Ordres de grandeur

Travaux de sortie : césium 2,14 eV, potassium 2,30 eV, zinc 4,3 eV, cuivre 4,7 eV. Relation commode : $\lambda (\text{nm}) = 1240/E (\text{eV})$. Pour le césium, $\lambda_s = 1240/2,14 = 579 \text{ nm}$: un laser rouge de 10 W à 650 nm (1,9 eV) n'extraît aucun électron par ce mécanisme, un laser bleu de 1 mW à 450 nm (2,8 eV) en extrait. À très forte intensité, des processus à plusieurs photons ou l'émission thermoïonique apparaissent : la règle vaut pour les intensités ordinaires.

Expérience — Mesure de la constante de Planck

Matériel. Lampe à vapeur de mercure, jeu de filtres interférentiels (raies à 365, 405, 436, 546 et 578 nm), cellule photoélectrique (cathode K ou Cs), alimentation réglable, voltmètre, microampèremètre ou amplificateur de courant.

Protocole. Pour chaque raie, relever $I(U)$ et déterminer la tension $-V_{\text{arrêt}}$ d'annulation du courant ; on peut aussi laisser la cellule se charger en circuit ouvert et lire la tension d'équilibre sur un voltmètre à très haute impédance (méthode de compensation). Tracer $V_{\text{arrêt}}$ en fonction de $\nu = c/\lambda$ (figure 8) ; la pente vaut $h/e = 4,136 \times 10^{-15} \text{ V} \cdot \text{s}$ et l'ordonnée à l'origine $-W_s/e$.

Résultat et incertitudes. Une régression linéaire sur cinq points donne h à 3 % à 10 % près. L'incertitude dominante vient de la lecture de $V_{\text{arrêt}}$: le courant s'annule lentement (dispersion des énergies, courant inverse dû aux électrons émis par l'anode éclairée par la lumière diffusée). On estime $u(V_{\text{arrêt}}) \approx 0,05 \text{ V}$. Le potentiel de contact entre les métaux de l'anode et de la cathode décale l'ordonnée à l'origine, pas la pente : W_s est moins bien déterminé que h .

Variante. Avec des diodes électroluminescentes de longueurs d'onde connues, la tension de seuil U_0 d'émission vérifie approximativement $eU_0 \approx hc/\lambda$. C'est une méthode rapide mais grossière (10 % à 20 %) : eU_0 mesure l'énergie de la bande interdite, liée à l'énergie des photons émis par le semi-conducteur, non l'inverse de l'effet photoélectrique.

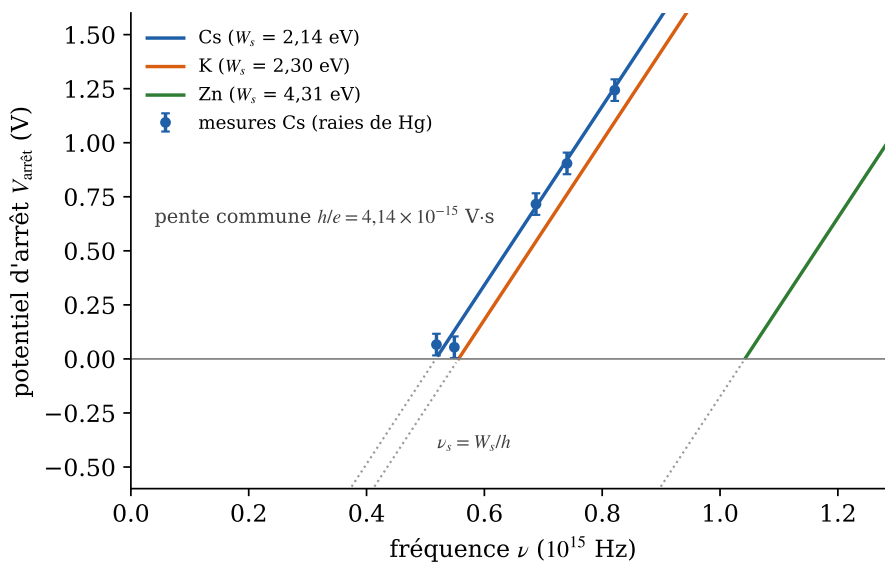


Fig. 8. Potentiel d'arrêt en fonction de la fréquence (droite de Millikan) : pente universelle h/e , ordonnée à l'origine $-W_s/e$.

Attention — L'effet photoélectrique ne prouve pas le photon

Lamb et Scully (1969) ont montré qu'un traitement *semi-classique* (atome quantifié, champ classique) reproduit le seuil, la loi affine $E_c = h\nu - W_s$ et l'absence de délai : la fréquence seuil est une propriété des niveaux d'énergie de la matière, et la théorie des perturbations donne un taux de transition non nul dès l'allumage. Lenard, avec son « hypothèse du déclenchement » (l'énergie de l'électron proviendrait de l'atome, la lumière ne faisant que déclencher l'émission), cherchait déjà l'explication du côté de la matière. L'effet photoélectrique prouve la quantification des échanges d'énergie, pas celle de la lumière. La preuve décisive viendra de l'optique quantique (partie III).

Point agrégat — Pourquoi le prix Nobel 1921 pour cet effet ?

Parce que l'hypothèse d'Einstein, prédictive (loi affine, universalité de la pente h/e quel que soit le métal), a été confirmée par Millikan en 1916 alors que son auteur était le seul à y croire. La valeur de h obtenue, $6,57 \times 10^{-34} \text{ J.s}$, coïncidait avec celle de Planck tirée du corps noir, ce qui reliait deux phénomènes sans rapport apparent.

Planck et Einstein établissent que les échanges d'énergie entre matière et rayonnement se font par quanta d'énergie $h\nu$. Reste à caractériser la particule responsable : masse, quantité de mouvement, moment cinétique.

II Fiche d'identité du photon

1 Énergie et masse

À retenir — Relation de Planck-Einstein

À une onde monochromatique de fréquence ν et de pulsation $\omega = 2\pi\nu$ sont associés des photons d'énergie

$$E = h\nu = \hbar\omega, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,054\,571\,817 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

Caractériser une particule, c'est donner sa relation de dispersion, c'est-à-dire la relation entre son énergie et sa quantité de mouvement, dans laquelle figure sa masse. La relation classique $E = p^2/2m$ ne convient pas à un objet qui se déplace à c : le photon est nécessairement relativiste. Les relations de la relativité restreinte, publiée par Einstein la même année 1905, donnent

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}, \quad \vec{p} = \gamma m \vec{v}, \quad \vec{v} = \frac{\vec{p} c^2}{E}$$

Propriété — Le photon a une masse nulle

Deux arguments convergent.

- Une particule de masse $m \neq 0$ a une vitesse $v = pc^2/E < c$; une particule qui se propage à c a une énergie finie seulement si $m = 0$ (alors $E = pc$ et $v = c$ pour toute énergie).
- Il n'existe pas de borne inférieure à la fréquence d'un rayonnement : $E = h\nu$ peut être aussi petit que l'on veut. Or $E \geq mc^2$ pour toute particule ; la seule valeur compatible est $m = 0$. La masse étant un attribut intrinsèque, ce résultat vaut à toute fréquence.

Expérimentalement, l'exactitude de la loi de Coulomb en $1/r^2$ et l'étude des champs magnétiques planétaires imposent $m_\gamma c^2 < 1 \times 10^{-18} \text{ eV}$.

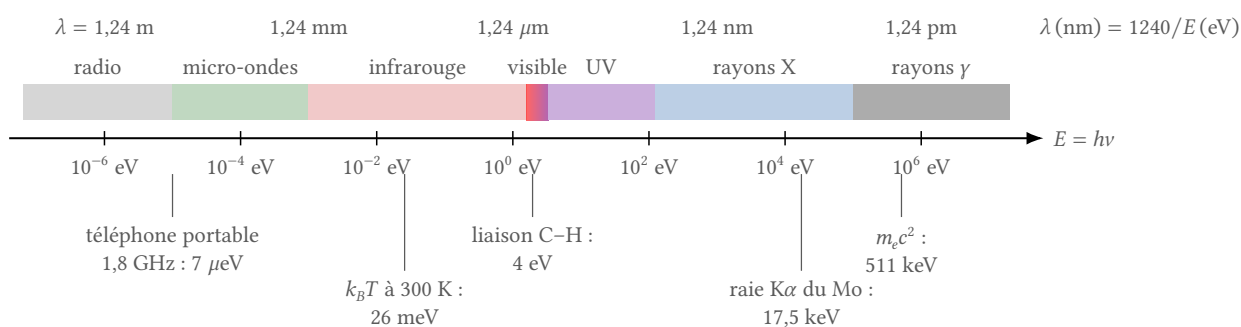


FIG. 9. Énergie des photons sur le spectre électromagnétique et quelques repères.

Exemple — Un téléphone portable

Un téléphone émet 2 mW à $1,8 \text{ GHz}$: $\lambda = c/\nu = 16,7 \text{ cm}$ et $E = h\nu = 1,19 \times 10^{-24} \text{ J} = 7,4 \mu\text{eV}$, cent mille fois moins que l'énergie d'une liaison chimique (quelques eV) : ce rayonnement n'est pas ionisant. Le nombre de photons émis par seconde est $N = \mathcal{P}/h\nu = 1,7 \times 10^{21}$: à cette échelle, la granularité est indétectable. Un laser hélium-néon de 1 mW à 633 nm ($E = 1,96 \text{ eV}$) émet $3,2 \times 10^{15}$ photons par seconde ; l'œil adapté à l'obscurité perçoit un éclair d'une centaine de photons.

Point agrégation — « Masse » du photon et $E = mc^2$

Il est tentant d'écrire $m = h\nu/c^2$: c'est confondre masse (invariant) et énergie. Un photon n'a pas de référentiel propre, ne peut être au repos, et sa « masse » ne figure ni dans la gravitation (la déviation de la lumière se déduit de la relativité générale sans masse du photon) ni dans la dynamique ($p = E/c$, pas mv).

2 Quantité de mouvement

a) Relation de de Broglie

Avec $m = 0$, $E = pc$, soit $h\nu = pc$ et donc

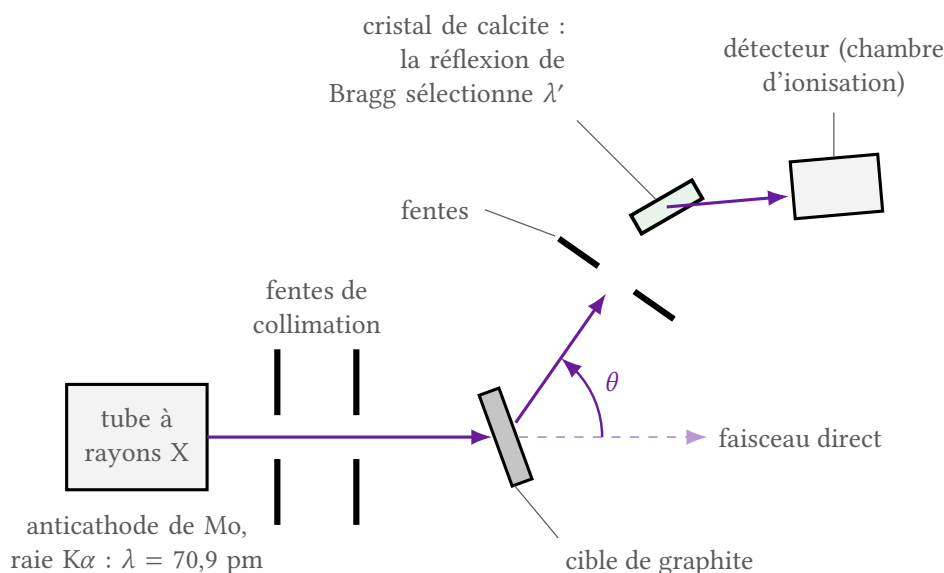
$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}, \quad \vec{p} = \hbar \vec{k}$$

où $\vec{k}$ est le vecteur d'onde. Cette relation, écrite par Einstein en 1917 pour le photon, sera étendue par de Broglie en 1923 à toute particule : c'est la relation de dispersion la plus simple qui soit, et $(E/c, \vec{p}) = \hbar(\omega/c, \vec{k})$ montre que le quadrivecteur énergie-impulsion du photon est proportionnel au quadrivecteur d'onde.

b) L'effet Compton (1923)

Expérience – Diffusion des rayons X par le graphite

Compton envoie la raie $K\alpha$ du molybdène ($\lambda = 70,9 \text{ pm}$, $E = 17,5 \text{ keV}$) sur une cible de graphite et analyse, à l'angle θ , le rayonnement diffusé avec un spectromètre à cristal de calcite (figure 10). Il observe, à côté du pic à la longueur d'onde incidente, un second pic décalé vers les grandes longueurs d'onde (figure 12), avec $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda \approx 2,4 \text{ pm} \times (1 - \cos \theta)$, indépendant du matériau et de λ .



le spectromètre de Bragg mesure λ' du rayonnement diffusé à l'angle θ ; on compare à la longueur d'onde incidente λ

FIG. 10. Principe de l'expérience de Compton.

La théorie classique (diffusion Thomson) prévoit que l'électron, mis en oscillation forcée par le champ, rayonne à la *même* fréquence : aucun décalage n'est possible. Compton et Debye interprètent le décalage comme une collision élastique entre un photon et un électron libre au repos (figure 11).

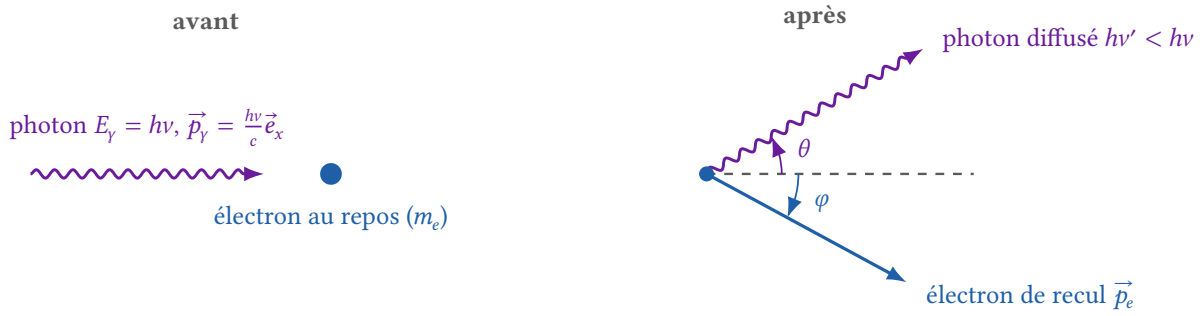


Fig. 11. Collision photon-électron : avant et après.

Théorème — Formule de Compton

$$\lambda' - \lambda = \lambda_C (1 - \cos \theta), \quad \lambda_C = \frac{h}{m_e c} = 2,426 \text{ pm}$$

λ_C est la longueur d'onde de Compton de l'électron.

Démonstration

Conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement, l'électron étant initialement au repos ($E_e = m_e c^2$, $\vec{p}_e = \vec{0}$) :

$$E_\gamma + m_e c^2 = E'_\gamma + E'_e, \quad \vec{p}_\gamma = \vec{p}'_\gamma + \vec{p}'_e$$

On élimine l'électron diffusé grâce à sa relation de dispersion $E_e'^2 - p_e'^2 c^2 = m_e^2 c^4$:

$$(E_\gamma - E'_\gamma + m_e c^2)^2 - (\vec{p}_\gamma - \vec{p}'_\gamma)^2 c^2 = m_e^2 c^4$$

Développons avec $p_\gamma c = E_\gamma$, $p'_\gamma c = E'_\gamma$ et $\vec{p}_\gamma \cdot \vec{p}'_\gamma = p_\gamma p'_\gamma \cos \theta$:

$$E_\gamma^2 + E_\gamma'^2 - 2E_\gamma E'_\gamma + 2m_e c^2 (E_\gamma - E'_\gamma) - E_\gamma^2 - E_\gamma'^2 + 2E_\gamma E'_\gamma \cos \theta = 0$$

soit $m_e c^2 (E_\gamma - E'_\gamma) = E_\gamma E'_\gamma (1 - \cos \theta)$, ou encore

$$\frac{1}{E'_\gamma} - \frac{1}{E_\gamma} = \frac{1 - \cos \theta}{m_e c^2}$$

Avec $E_\gamma = hc/\lambda$, on obtient la formule annoncée. L'électron de recul emporte l'énergie cinétique $E_c = h\nu - h\nu'$, maximale pour la rétrodiffusion ($\theta = \pi$) : $E_{c,\max} = h\nu \frac{2h\nu/m_e c^2}{1 + 2h\nu/m_e c^2}$.

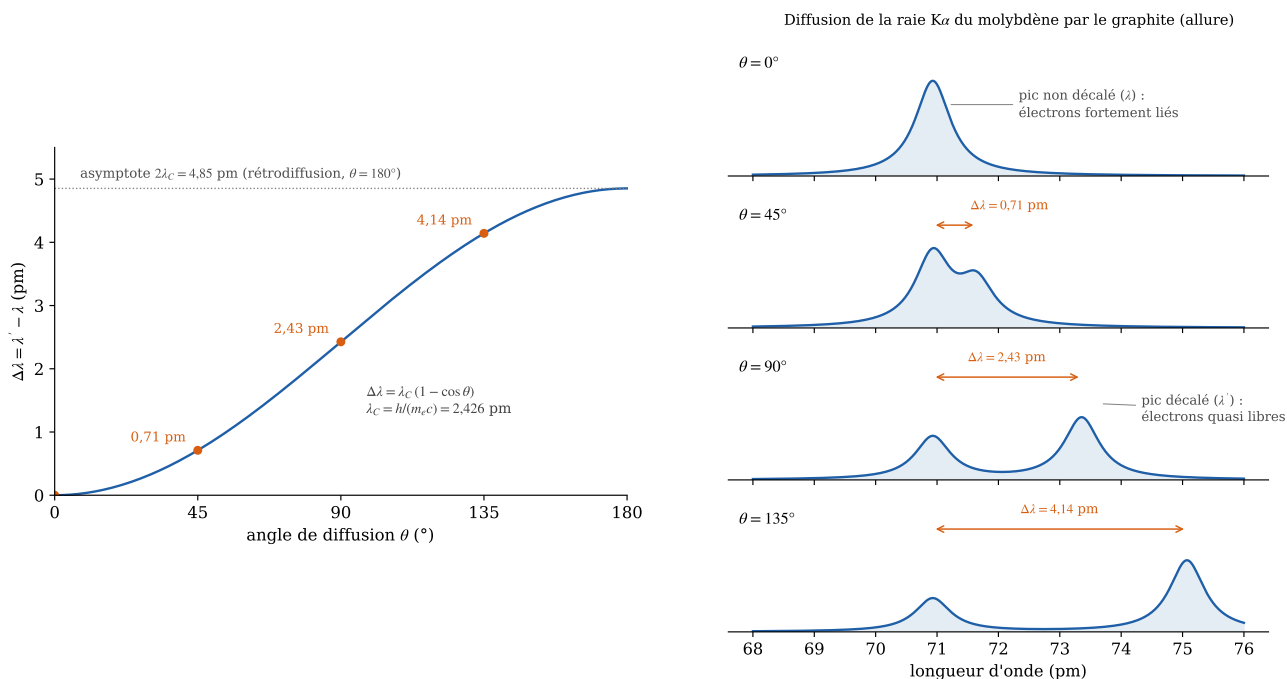


Fig. 12. À gauche : décalage Compton en fonction de l'angle de diffusion. À droite : allure des spectres diffusés par le graphite pour quatre angles (pic non décalé et pic décalé).

Remarque (deux pics). Le pic non décalé provient des électrons fortement liés : c'est l'atome entier, de masse $M \gg m_e$, qui encaisse le recul, et le décalage h/Mc est inobservable. La part du pic décalé croît avec θ ; celle du pic non décalé croît avec le numéro atomique de la cible, dont les électrons sont plus liés.

Point agrégation – Pourquoi des rayons X?

Le décalage $\Delta\lambda \leq 2\lambda_C \approx 5 \text{ pm}$ ne dépend pas de λ . Il n'est mesurable que si λ n'est pas trop grand devant λ_C : en lumière visible, $\Delta\lambda/\lambda \sim 10^{-5}$, noyé dans la largeur des raies et masqué par la diffusion Thomson. Avec des rayons X de 70 pm, $\Delta\lambda/\lambda \approx 3\%$ à $\theta = 90^\circ$. De plus, il faut $h\nu \gg$ énergies de liaison des électrons de valence (quelques eV) pour que l'approximation de l'électron libre soit valable.

c) Pression de radiation

Si une onde transporte des photons de quantité de mouvement $h\nu/c$, elle exerce une force sur toute surface qui les absorbe ou les réfléchit.

Propriété – Pression de radiation

Une onde plane monochromatique d'éclairement I (puissance par unité de surface) arrivant sous incidence normale exerce la pression

$$P = \frac{I}{c} \text{ (surface absorbante),} \quad P = \frac{2I}{c} \text{ (surface parfaitement réfléchissante)}$$

La densité volumique de quantité de mouvement de l'onde est $\vec{g} = \frac{\vec{\Pi}}{c^2}$ où $\vec{\Pi}$ est le vecteur de Poynting : le résultat corpusculaire coïncide avec celui de l'électromagnétisme de Maxwell.

Démonstration

Soit $\bar{n}_\gamma$ la densité de photons, tous de même fréquence et se propageant selon $+\vec{e}_x$ vers une surface S parfaitement réfléchissante (figure 13). Chaque photon arrive avec $\vec{p} = \frac{h\nu}{c}\vec{e}_x$ et repart avec $\vec{p}' = -\vec{p}$; la conservation de la quantité de mouvement dans la collision $\gamma + \text{cible} \rightarrow \text{cible}' + \gamma'$ impose que la cible reçoive $2\vec{p}$. Pendant dt , les photons contenus dans le cylindre de base S et de longueur $c dt$ atteignent la

surface : ils sont $\bar{n}_\gamma S c dt$. D'où

$$d\vec{P}_{\text{cible}} = 2 \frac{h\nu}{c} \bar{n}_\gamma S c dt \vec{e}_x \quad \Rightarrow \quad P = \frac{1}{S} \frac{dP_{\text{cible}}}{dt} = 2 \bar{n}_\gamma h\nu = \frac{2}{c} \bar{n}_\gamma h\nu c = \frac{2I}{c}$$

puisque l'éclairement est $I = \bar{n}_\gamma h\nu c$ (énergie volumique $\times$ vitesse). Pour une surface absorbante, le transfert est $\vec{p}$ au lieu de $2\vec{p}$. Pour un rayonnement isotrope (corps noir), la moyenne sur les directions donne $P = u/3$.

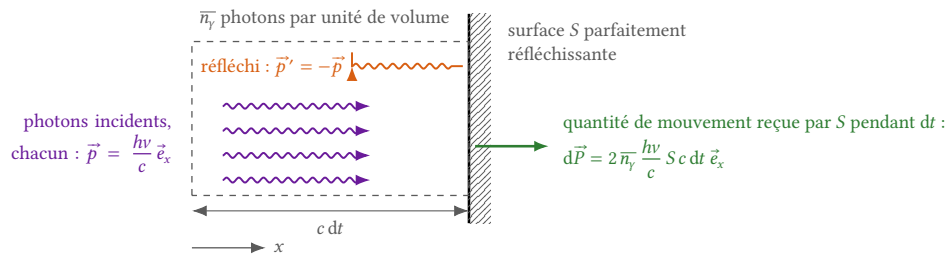


FIG. 13. Bilan de quantité de mouvement sur une surface réfléchissante.

Ordres de grandeur

- Constante solaire $I = 1361 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$: $P = I/c = 4,5 \mu\text{Pa}$, soit 10^{-11} fois la pression atmosphérique. Mesurée en laboratoire par Lebedev (1901) et par Nichols et Hull (1901–1903) avec un radiomètre à torsion sous vide.
- Voile solaire IKAROS (JAXA, 2010) : 196 m^2 , poussée de $1,1 \text{ mN}$. Pour un grain de poussière cométaire de rayon R et de masse volumique ρ , le rapport force de radiation sur attraction solaire vaut $\frac{3L_\odot}{16\pi c G M_\odot \rho R}$, indépendant de la distance : il est de l'ordre de 1 pour $R \approx 0,5 \mu\text{m}$ (avec $\rho \approx 1 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$). C'est pourquoi la queue de poussières d'une comète est repoussée à l'opposé du Soleil.
- Une impulsion laser de 1 J et 1 ns focalisée sur un disque de $0,1 \text{ mm}$ de diamètre : $P = \frac{E}{\Delta t c} \frac{4}{\pi d^2} \approx 4 \times 10^8 \text{ Pa}$ (absorption), soit quelques kilobars. Au Laser Mégajoule, c'est surtout la pression d'ablation du plasma, de l'ordre de $1 \times 10^{13} \text{ Pa}$, qui comprime la cible de fusion.

Exemple – Ralentissement d'un jet d'atomes par laser

Un jet d'atomes de sodium ($m = 23 \text{ u}$, $v \approx 1000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) est éclairé par un laser contre-propageant accordé sur la raie D_2 ($\lambda = 589 \text{ nm}$, durée de vie du niveau excité $\tau = 16 \text{ ns}$). À chaque absorption, l'atome reçoit $\hbar \vec{k}$ dans la direction du laser ; l'émission spontanée qui suit rend $\hbar \vec{k}'$ dans une direction aléatoire, de moyenne nulle. À saturation, l'atome effectue un cycle toutes les 2τ environ :

$$F \approx \frac{\hbar k}{2\tau} = \frac{h}{2\lambda\tau} \approx 3,5 \times 10^{-20} \text{ N}, \quad a = \frac{F}{m} \approx 9 \times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \approx 10^5 g$$

Le jet est arrêté sur $v^2/2a \approx 0,5 \text{ m}$ (ralentisseur Zeeman de Phillips, 1982 ; prix Nobel 1997 avec Chu et Cohen-Tannoudji).

3 Moment cinétique et spin

a) L'expérience de Beth (1936)

Le 15 juillet 1936, Richard Beth publie dans la *Physical Review* la détection mécanique du moment cinétique de la lumière. Une lame demi-onde en quartz est suspendue à un fil de quartz dans une enceinte à vide (figure 14). Un faisceau polarisé circulairement la traverse de bas en haut ; la lame demi-onde inverse le sens de la polarisation circulaire. Le faisceau est renvoyé vers le bas par une lame quart d'onde fixe, aluminée sur sa face supérieure : l'aller-retour à travers cette lame inverse le sens de rotation du champ, de sorte que le

second passage dans la lame demi-onde exerce un couple de même signe et double l'effet (un simple miroir l'annulerait). La lame subit un couple, mesuré par la méthode de résonance du pendule de torsion (période d'une dizaine de minutes) : en inversant la polarisation incidente en phase avec les oscillations, on amplifie celles-ci. L'amplitude et le signe du couple sont conformes à la théorie.

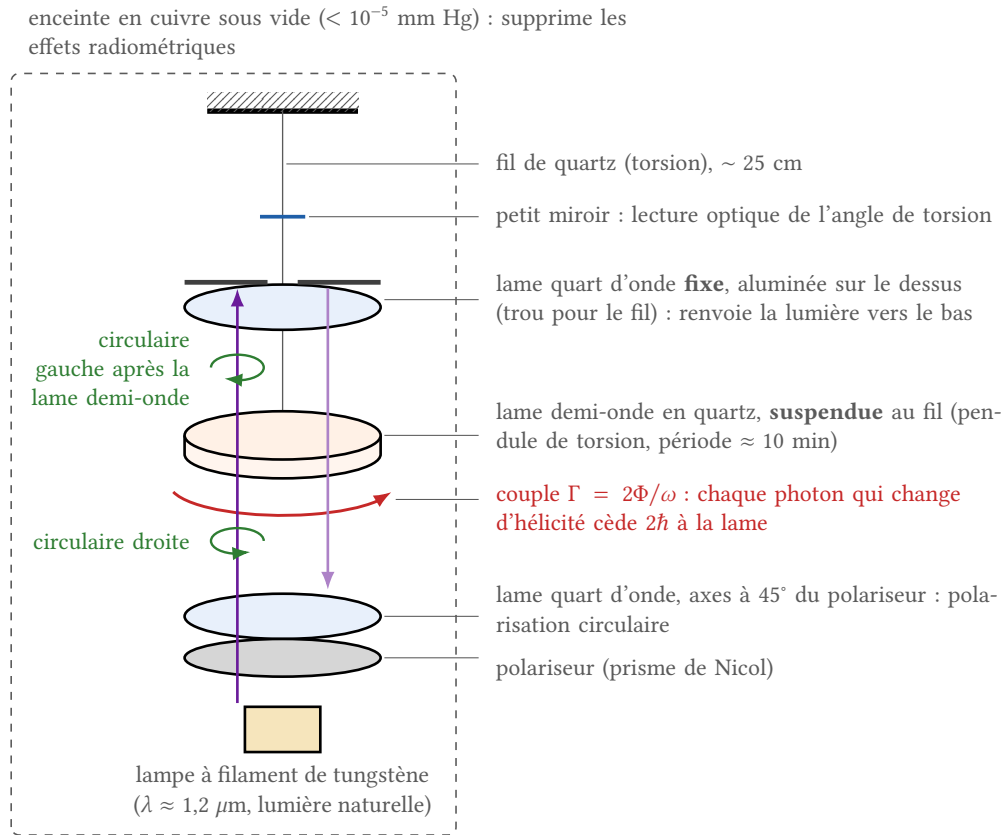


FIG. 14. Principe de l'expérience de Beth.

b) Calcul classique du couple

Prenons l'axe Oz selon la propagation et les axes Ox , Oy selon les lignes neutres de la lame, d'indices n_x et n_y . Une onde polarisée circulairement entre en $z = 0$; dans la lame, les deux composantes se propagent à des vitesses différentes :

$$\vec{E} = E_0 \begin{pmatrix} \cos\left(\omega t - n_x \frac{\omega}{c} z\right) \\ \sin\left(\omega t - n_y \frac{\omega}{c} z\right) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Le milieu est linéaire et anisotrope : la polarisation induite n'est pas colinéaire au champ, $P_x = \epsilon_0(n_x^2 - 1)E_x$ et $P_y = \epsilon_0(n_y^2 - 1)E_y$ (et non $\epsilon_0\epsilon_r\vec{E}$ comme l'écrivaient les notes : $\vec{P} = \epsilon_0(\epsilon_r - 1)\vec{E}$; le terme -1 disparaît toutefois dans le produit vectoriel, de sorte que $\vec{P} \times \vec{E} = \vec{D} \times \vec{E}$). Le champ exerce sur les dipôles induits de chaque volume dV un couple $d\vec{\Gamma} = \vec{P} \times \vec{E} dV$, dont seule la composante selon z est non nulle :

$$d\Gamma_z = (P_x E_y - P_y E_x) dV = \epsilon_0 E_0^2 (n_x^2 - n_y^2) \cos\left(\omega t - n_x \frac{\omega}{c} z\right) \sin\left(\omega t - n_y \frac{\omega}{c} z\right) dV$$

Avec $\cos a \sin b = \frac{1}{2}[\sin(a + b) + \sin(b - a)]$, la moyenne temporelle vaut

$$\langle d\Gamma_z \rangle = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2} (n_x^2 - n_y^2) \sin\left[(n_x - n_y) \frac{\omega}{c} z\right] dV$$

Intégrons sur l'épaisseur e de la lame (section S) :

$$\frac{\langle \Gamma_z \rangle}{S} = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2} (n_x^2 - n_y^2) \frac{c}{(n_x - n_y)\omega} \left[1 - \cos \left((n_x - n_y) \frac{\omega e}{c} \right) \right]$$

Pour une lame demi-onde, $(n_x - n_y)\omega e/c = \pi$ et le crochet vaut 2 :

$$\frac{\langle \Gamma_z \rangle}{S} = \epsilon_0 E_0^2 (n_x + n_y) \frac{c}{\omega} = \frac{2I}{\omega}$$

où $I = \bar{n} \epsilon_0 c E_0^2$ est l'éclairement dans la lame ($\bar{n} = (n_x + n_y)/2$, deux composantes d'amplitude E_0).

À retenir – Moment cinétique de la lumière

Un faisceau polarisé circulairement de puissance Φ et de pulsation ω transporte un flux de moment cinétique Φ/ω selon sa direction de propagation (Poynting, 1909). Une lame demi-onde, qui inverse l'hélicité, reçoit le couple $\Gamma = 2\Phi/\omega$; une surface absorbante recevrait Φ/ω .

c) Interprétation en photons

Le faisceau transporte $\Phi/\hbar\omega$ photons par seconde. Si le couple $2\Phi/\omega$ résulte du transfert de moment cinétique de chaque photon, chacun cède $2\hbar$: le photon polarisé circulairement porte un moment cinétique $\pm\hbar$ selon sa direction de propagation, et la lame demi-onde fait passer de $+\hbar$ à $-\hbar$. Beth souligne que la théorie des quanta et la théorie électromagnétique prédisent le même couple ; c'est la cohérence de l'ensemble (énergie $\hbar\omega$, impulsion $\hbar k$, moment cinétique $\hbar$) qui fait de cette expérience un argument fort.

Propriété – Spin et hélicité du photon

Le photon est une particule de spin 1. Mais, parce que sa masse est nulle (ou, de manière équivalente, parce que le champ électromagnétique est transverse), seules les deux valeurs $\pm\hbar$ de la projection du spin sur la direction de propagation existent : ce sont les deux hélicités, qui correspondent aux polarisations circulaires gauche et droite. La valeur 0, qui correspondrait à une onde longitudinale, est absente. Une polarisation rectiligne est une superposition à poids égaux des deux hélicités et a un moment cinétique moyen nul.

Ordres de grandeur

Pour 0,1 W de lumière à $\lambda = 1,2 \mu\text{m}$ ($\omega = 1,6 \times 10^{15} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$), le couple sur une lame demi-onde est $\Gamma = 2\Phi/\omega \approx 1 \times 10^{-16} \text{ N} \cdot \text{m}$. C'est l'ordre de grandeur mesuré par Beth, grâce à un pendule de torsion de constante de torsion très faible et à l'amplification par résonance. En 2016, He, Li et Li ont refait la mesure sur une puce photonique en silicium (guide d'onde biréfringent de $10 \mu\text{m}$ couplé à une nano-poutre), sujet du concours spécial de l'agrégation 2018.

Point agrégation – Règles de sélection

La conservation du moment cinétique lors de l'absorption d'un photon $\sigma^\pm$ impose $\Delta m = \pm 1$ pour l'atome : c'est l'origine des règles de sélection dipolaires électriques et des composantes σ de l'effet Zeeman. Le pompage optique de Kastler (1950) exploite directement le transfert de moment cinétique des photons aux atomes.

Attention – Le spin ne se déduit pas d'une équation d'onde « à la Schrödinger »

L'équation de Schrödinger n'est pas relativiste ; l'équation de Klein–Gordon (1926) décrit des particules de spin 0 ; l'équation de Dirac (1928) des fermions de spin 1/2. Le photon relève de la quantification du champ de Maxwell lui-même (partie III) : il n'a pas de fonction d'onde au sens de Schrödinger ni d'opérateur position.

Le photon a maintenant une fiche d'identité complète : masse nulle, énergie $\hbar\omega$, impulsion $\hbar\vec{k}$, hélicité $\pm\hbar$. Mais de quoi parle-t-on exactement ? Et comment prouver qu'il existe « un par un » ?

III Le photon de l'optique quantique

1 Le photon, excitation d'un mode du champ (pour aller plus loin)

Les équations de Maxwell dans le vide, en jauge de Coulomb ($\text{div } \vec{A} = 0$, $V = 0$ en l'absence de charges), se réduisent à $\vec{E} = -\partial_t \vec{A}$, $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$ et $\square \vec{A} = \vec{0}$. Le champ est un système continu ; l'idée, due à Dirac (1927), est de le décomposer sur ses modes propres, chacun étant un oscillateur harmonique, puis de quantifier ces oscillateurs. On se place dans un modèle à une dimension : onde se propageant selon Ox , polarisée selon Oy , dans une tranche de longueur L et de section S ($V = SL$) avec conditions aux limites périodiques.

1. **Modes.** $E(x, t) = \sum_l \underline{E}_l(t) e^{ik_l x}$ avec $k_l = 2\pi l/L$, $l \in \mathbb{Z}$, et de même pour A . L'équation de d'Alembert donne pour chaque mode $\ddot{\underline{E}}_l + \omega_l^2 \underline{E}_l = 0$ avec $\omega_l = c |k_l|$: chaque mode est un oscillateur harmonique.
2. **Énergie.** $\mathcal{E} = \int_V \left(\frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) dV$; l'égalité de Parseval et $\underline{B}_l = ik_l \underline{A}_l$ donnent $\mathcal{E} = \sum_l \mathcal{E}_l$ avec $\mathcal{E}_l = \frac{\epsilon_0 V}{2} \left(|\dot{\underline{E}}_l|^2 + \omega_l^2 |\underline{A}_l|^2 \right)$: l'énergie est la somme des énergies des modes, sans couplage.
3. **Variables conjuguées.** On pose $\frac{1}{\sqrt{2}}(Q_l + iP_l) = \frac{1}{E_{0,l}}(\underline{E}_l + i\omega_l \underline{A}_l)$; on vérifie $\dot{Q}_l = \omega_l P_l$ et $\dot{P}_l = -\omega_l Q_l$, et l'énergie prend la forme $\mathcal{E}_l = \frac{\hbar\omega_l}{2} (Q_l^2 + P_l^2)$ à condition de choisir $E_{0,l} = \sqrt{\frac{2\hbar\omega_l}{\epsilon_0 V}}$.
4. **Quantification.** On impose $[\hat{Q}_l, \hat{P}_l] = i$ et l'on introduit $\hat{a}_l = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}_l + i\hat{P}_l)$, $\hat{a}_l^\dagger$, avec $[\hat{a}_l, \hat{a}_{l'}^\dagger] = \delta_{ll'}$. Alors

$$\hat{H} = \sum_l \hbar\omega_l \left(\hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l + \frac{1}{2} \right), \quad \hat{E}(x) = \sum_l \sqrt{\frac{\hbar\omega_l}{2\epsilon_0 V}} \left(\hat{a}_l e^{ik_l x} + \hat{a}_l^\dagger e^{-ik_l x} \right)$$

À retenir — Le photon

Les états propres de $\hat{H}$ sont les états de Fock $|n_1, n_2, \dots\rangle$, d'énergie $\sum_l (n_l + \frac{1}{2}) \hbar\omega_l$. Le photon est le quantum d'excitation d'un mode : $\hat{a}_l^\dagger$ crée un photon d'énergie $\hbar\omega_l$ et d'impulsion $\hbar k_l$ dans le mode l ($\hat{a}_l^\dagger |n_l\rangle = \sqrt{n_l + 1} |n_l + 1\rangle$), $\hat{a}_l$ en détruit un. Le photon n'est pas une petite bille : c'est une excitation d'un mode, qui peut être une onde plane, un mode de cavité ou un paquet d'ondes localisé.

Remarque. L'opérateur champ $\hat{E}$ ne commute pas avec $\hat{H}$: un état à nombre de photons déterminé a un champ électrique moyen nul mais des fluctuations non nulles ; inversement, un état de champ « classique » (état cohérent du laser) a un nombre de photons indéterminé, de statistique poissonnienne. Même pour $n_l = 0$, les fluctuations $\sqrt{\hbar\omega_l/2\epsilon_0 V}$ subsistent : ce sont les fluctuations du vide, responsables de l'émission spontanée, du déplacement de Lamb (1947) et de l'effet Casimir (1948). Dans un cristal, la même construction appliquée aux vibrations du réseau définit les phonons.

2 Preuves expérimentales du photon

Les expériences décrites jusqu'ici admettent des interprétations semi-classiques. Une preuve sans échappatoire exige une source émettant les photons *un par un* et un test qu'aucune onde classique ne peut réussir. C'est ce que réalisent Grangier, Roger et Aspect en 1986, après l'observation du dégroupement de photons par Kimble, Dagenais et Mandel en 1977.

a) Une source de photons uniques

Des atomes de calcium sont portés dans l'état $4p^2 \ ^1S_0$ par excitation à deux photons. Ils se dés excitent en cascade : un photon ν_1 (551 nm) vers $4s4p \ ^1P_1$, puis, après une durée de vie $\tau = 4,7$ ns, un photon ν_2 (423 nm) vers l'état fondamental. La détection de ν_1 ouvre une fenêtre de comptage de $w = 9$ ns : pendant celle-ci,

un photon ν_2 et un seul est présent, pourvu que le taux d'excitation reste faible devant $1/w$. Depuis 2000, les centres NV du diamant (excitation à 532 nm, émission vers 640 nm à 750 nm) et les boîtes quantiques fournissent des sources de photons uniques à la demande.

b) Anticorrélation sur une lame séparatrice

Le photon ν_2 est envoyé sur une lame semi-réfléchissante suivie de deux photodétecteurs D_r et D_t (figure 15). On compte, pendant les fenêtres ouvertes par N_{porte} photons ν_1 , les détections N_r , N_t et les coïncidences N_c .

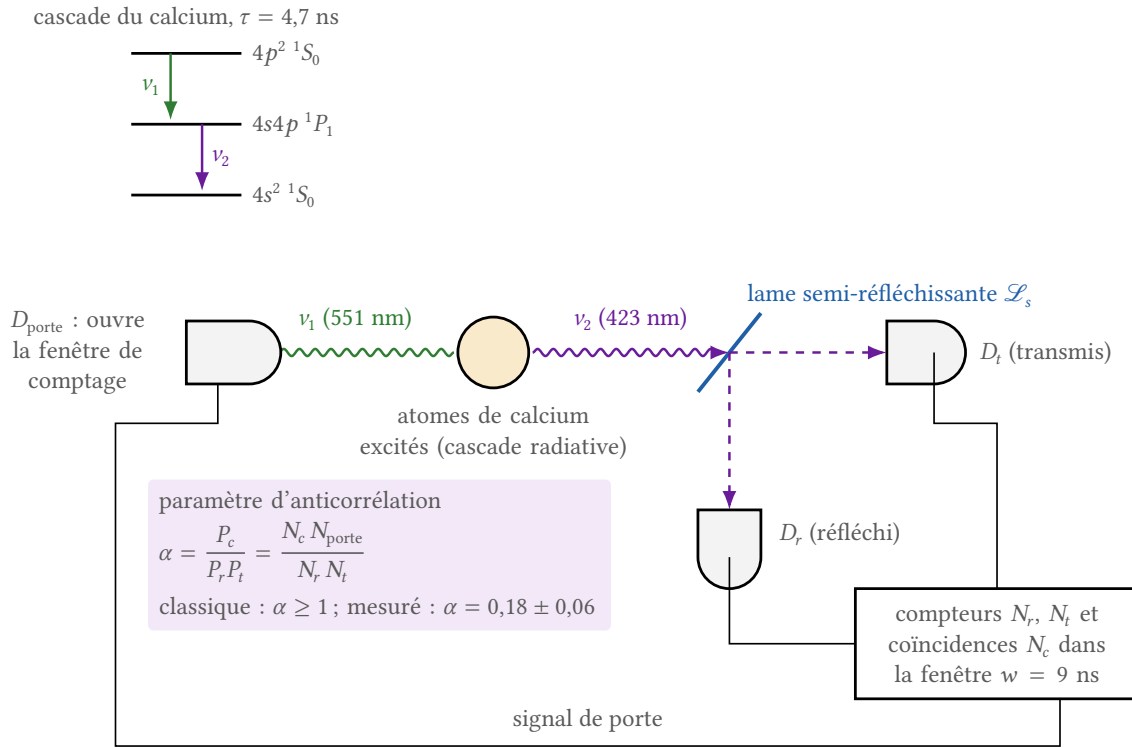


Fig. 15. Expérience d'anticorrélation de Grangier, Roger et Aspect (1986).

Définition — Paramètre d'anticorrélation

$$\alpha = \frac{P_c}{P_r P_t} = \frac{N_c N_{\text{porte}}}{N_r N_t}$$

où P_r , P_t et P_c sont les probabilités de détection en D_r , en D_t et en coïncidence pendant une fenêtre. Pour des photons uniques, le photon est réfléchi *ou* transmis : on attend $\alpha = 0$.

Théorème — Inégalité classique

Pour toute onde classique, $\alpha \geq 1$.

Démonstration

Pour une onde d'intensité $I(t)$, la lame envoie les intensités rI et tI sur les deux détecteurs, dont les probabilités de détection pendant une fenêtre sont proportionnelles aux intensités intégrées : $P_r = \eta_r r \bar{I}$, $P_t = \eta_t t \bar{I}$ et, les détecteurs étant indépendants, $P_c = \eta_r \eta_t r t \bar{I}^2$. L'inégalité de Cauchy-Schwarz $\bar{I}^2 \geq \bar{I}^2$ donne $\alpha = \bar{I}^2 / \bar{I}^2 \geq 1$, avec égalité pour une intensité constante. Les fluctuations d'intensité d'une source classique (lampe thermique) ne peuvent que produire des coïncidences *en excès* (groupement de photons, observé par Hanbury Brown et Twiss en 1956).

Grangier, Roger et Aspect mesurent $\alpha = 0,18 \pm 0,06$, soit une violation de l'inégalité classique par plus de treize écarts-types. La valeur non nulle vient des coïncidences accidentelles dues à des atomes voisins émettant

dans la même fenêtre. Avec la même source sans déclenchement, ou avec un laser atténué, on trouve $\alpha = 1$: la statistique poissonnienne d'un faisceau atténué ne distingue pas le photon d'une onde classique. En termes de fonction de corrélation d'intensité, $\alpha = g^{(2)}(0)$: $g^{(2)}(0) = 2$ pour une lampe thermique, 1 pour un laser, 0 pour un photon unique.

À retenir

Un photon unique arrivant sur une lame séparatrice n'est jamais détecté des deux côtés à la fois : le photon est insécable. C'est la première preuve directe de son existence, sans interprétation semi-classique possible.

c) Interférences à un photon

Les mêmes photons uniques sont envoyés dans un interféromètre de Mach-Zehnder (figure 16) dont on fait varier la différence de marche ΔL par une cale piézo-électrique. Chaque photon est détecté en D_1 ou en D_2 . Les nombres de coups $N_1(\Delta L)$ et $N_2(\Delta L)$, accumulés sur des milliers de photons, présentent des franges de visibilité $V = 0,98$: un photon unique interfère « avec lui-même » (Dirac). La figure 17 illustre l'émergence statistique des franges.

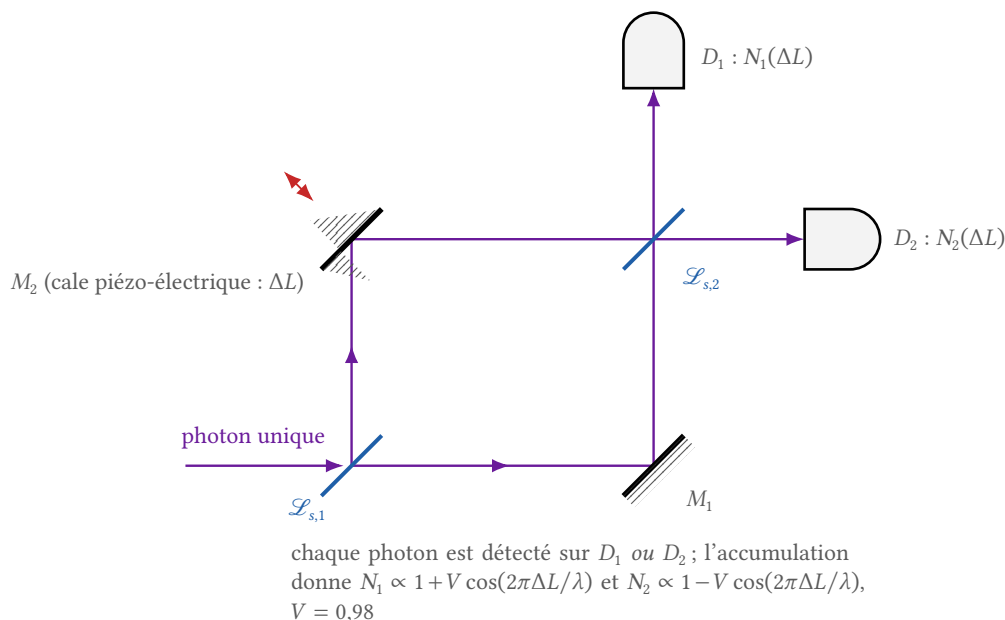


Fig. 16. Interférences à un photon dans un Mach-Zehnder.

Chaque photon arrive en un point ; la figure d'interférence émerge de la statistique

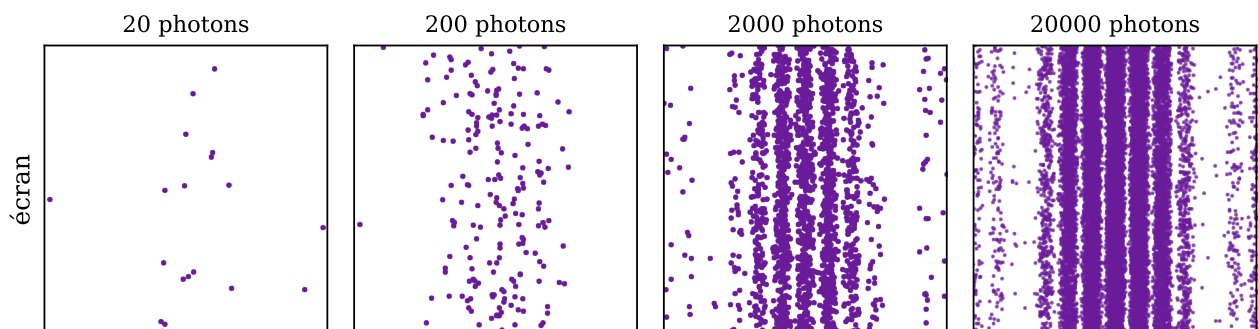


Fig. 17. Simulation de la construction d'une figure d'interférence photon par photon.

Propriété – Complémentarité

Avec la même source, la première expérience (lame unique) montre un comportement corpusculaire ($\alpha < 1$), la seconde (deux lames) un comportement ondulatoire ($V \approx 1$). Les deux ne peuvent pas être observés dans la même configuration : savoir par quel bras le photon est passé détruit les franges. Les figures d'interférence ne sont donc pas un effet collectif de nombreux photons ; la description correcte est l'amplitude de probabilité, qui se somme sur les chemins indiscernables.

d) Choix retardé et coalescence

Expérience – Choix retardé (Jacques *et al.*, 2007)

Wheeler proposa en 1978 de décider *après* l'entrée du photon dans l'interféromètre si la seconde lame sera présente (interférences) ou absente (chemin « connu »). L'expérience a été réalisée en 2007 par l'équipe de Roch, Aspect et Grangier avec des photons uniques issus d'un centre NV et un Mach-Zehnder de 48 m (temps de vol 160 ns) : un générateur aléatoire commande un modulateur électro-optique qui insère ou retire la lame en 40 ns, après que le photon a franchi la première lame (figure 18). Sans lame, $N_1 = N_2$; avec lame, franges de visibilité 0,94. Il n'y a pas de « choix » préalable du photon entre onde et corpuscule.

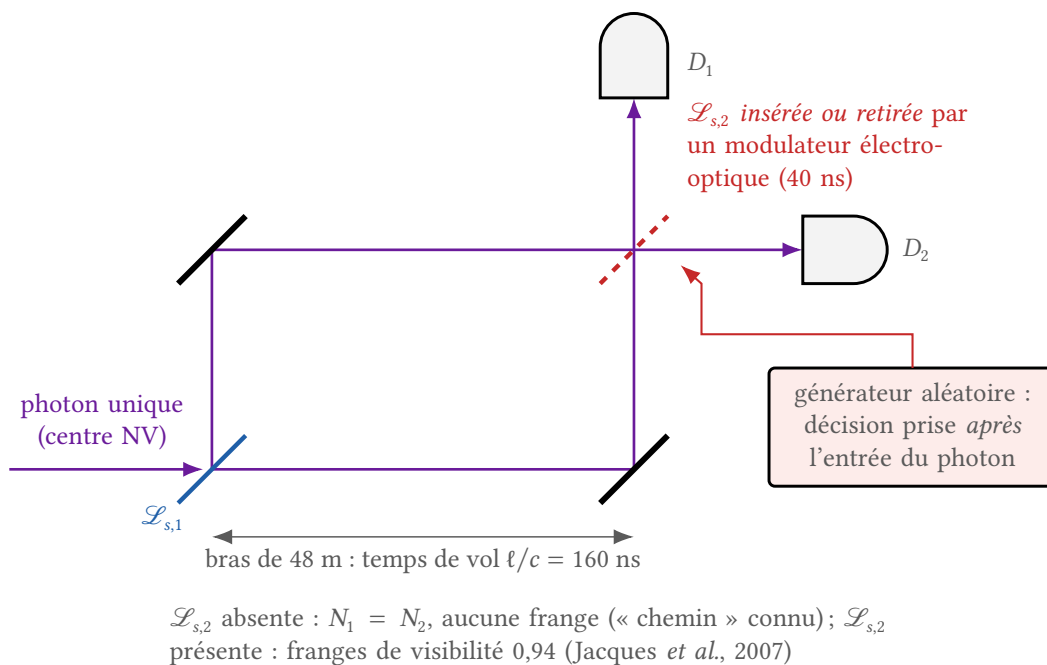


FIG. 18. Expérience à choix retardé.

Remarque (coalescence de deux photons). Hong, Ou et Mandel (1987) envoient deux photons identiques sur les deux entrées d'une lame séparatrice : ils ressortent toujours ensemble du même côté et les détecteurs ne coïncident jamais. C'est une interférence à deux photons entre bosons indiscernables, à la base de l'information quantique photonique. En 2012, deux équipes (Bristol ; Nice) ont même placé la seconde lame d'un choix retardé dans une superposition quantique « présente » et « absente », contrôlée par un photon auxiliaire intriqué.

Conclusion

Le photon est né d'une hypothèse heuristique d'Einstein pour expliquer l'effet photoélectrique ; l'effet Compton lui a donné une quantité de mouvement, l'expérience de Beth un moment cinétique, la théorie quantique du champ un statut rigoureux : le quantum d'excitation d'un mode du champ électromagnétique. Les expériences d'optique quantique, depuis 1977, en ont apporté la preuve directe : insécable sur une lame séparatrice, il interfère pourtant avec lui-même.

Dans *La Partie et le Tout*, Heisenberg rapporte une conversation avec Bohr sur la dualité onde-corpuscule : tous deux pensaient que cette disjonction cesserait un jour de paraître paradoxale, l'objet quantique étant plus riche qu'une onde ou qu'un corpuscule. C'est la leçon des expériences décrites ici : le photon n'est ni une onde ni une particule classiques, c'est un objet quantique dont le comportement dépend du dispositif de mesure. Ouvertures : sources de photons uniques et cryptographie quantique, intrication de photons (Aspect 1982, prix Nobel 2022), détection à comptage de photons en astronomie et en biologie.

Bibliographie

- [1] A. Aspect, P. Grangier, C. Fabre, *Introduction aux lasers et à l'optique quantique*, Ellipses, 1997 ; G. Grynberg, A. Aspect, C. Fabre, *Introduction to Quantum Optics*, Cambridge University Press, 2010, chap. 5.
- [2] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, *Photons et atomes. Introduction à l'électrodynamique quantique*, EDP Sciences / CNRS Éditions.
- [3] B. Diu, C. Guthmann, D. Lederer, B. Roulet, *Physique statistique*, Hermann (rayonnement du corps noir).
- [4] J.-P. Pérez, R. Carles, R. Fleckinger, *Électromagnétisme*, Dunod (pression de radiation).
- [5] J.-L. Basdevant, J. Dalibard, *Mécanique quantique*, Éditions de l'École polytechnique.
- [6] M. Planck, *Verh. Dtsch. Phys. Ges.* **2**, 237 (1900) ; A. Einstein, *Ann. Phys.* **17**, 132 (1905) ; R. A. Millikan, *Phys. Rev.* **7**, 355 (1916).
- [7] A. H. Compton, *Phys. Rev.* **21**, 483 (1923).
- [8] R. A. Beth, « Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light », *Phys. Rev.* **50**, 115 (1936).
- [9] W. E. Lamb, M. O. Scully, « The photoelectric effect without photons », dans *Polarisation, matière et rayonnement*, PUF, 1969.
- [10] H. J. Kimble, M. Dagenais, L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.* **39**, 691 (1977) ; P. Grangier, G. Roger, A. Aspect, *Europhys. Lett.* **1**, 173 (1986) ; C. K. Hong, Z. Y. Ou, L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2044 (1987).
- [11] V. Jacques *et al.*, « Experimental realization of Wheeler's delayed-choice gedanken experiment », *Science* **315**, 966 (2007).
- [12] W. D. Phillips, « Laser cooling and trapping of neutral atoms » (conférence Nobel), *Rev. Mod. Phys.* **70**, 721 (1998).
- [13] L. He, H. Li, M. Li, *Sci. Adv.* **2**, e1600485 (2016) ; sujet du concours spécial de l'agrégation de physique 2018, « Moment cinétique du photon et optomécanique ».

A Questions classiques du jury

Point agrégation – L'effet photoélectrique démontre-t-il l'existence du photon ?

Non. Le modèle semi-classique de Lamb et Scully (1969) reproduit le seuil, la loi affine et l'instantanéité en quantifiant la matière et non le champ. Il démontre la quantification des échanges d'énergie. La preuve directe est l'anticorrélation sur une lame séparatrice avec une source de photons uniques ($\alpha < 1$).

Point agrégation – Que vaut $g^{(2)}(0)$ pour un laser, une lampe, une source de photons uniques ?

$g^{(2)}(0) = 1$ pour un état cohérent (statistique de Poisson), 2 pour une lumière thermique (groupement, Hanbury Brown et Twiss), 0 pour un état à un photon (dégrouement). Toute source classique vérifie $g^{(2)}(0) \geq 1$.

Point agrégation – Pourquoi n'observe-t-on pas l'effet Compton en lumière visible ?

Le décalage $\Delta\lambda \leq 4,9 \text{ pm}$ est indépendant de λ : en visible il vaut 10^{-5} en relatif, inférieur aux largeurs de raie. De plus, l'électron n'est plus « libre » quand $h\nu$ est comparable à son énergie de liaison : la diffusion est alors élastique (Rayleigh ou Thomson).

Point agrégation – Pourquoi le photon n’a-t-il pas d’état de spin $m = 0$?

Parce que sa masse est nulle : il n’existe pas de référentiel où il est au repos, et seules les hélicités ± 1 sont définies de façon invariante. Du point de vue du champ, l’état $m = 0$ correspondrait à une onde longitudinale, interdite par $\text{div } \vec{E} = 0$ dans le vide.

Point agrégation – Le photon a-t-il une fonction d’onde ? une position ?

Il n’existe pas d’opérateur position pour le photon ni de fonction d’onde $\psi(\vec{r})$ dont le module carré serait une densité de probabilité de présence. On parle d’amplitude de détection (fonction de corrélation du champ) ; dire que « $\vec{A}$ est la fonction d’onde du photon » est un abus de langage commode mais inexact.

Point agrégation – Quelle est la pression de radiation du Soleil sur Terre ? À quoi sert-elle ?

$I/c \approx 4,5 \mu\text{Pa}$. Négligeable au quotidien, elle propulse les voiles solaires, perturbe les orbites des satellites (effet Yarkovsky sur les astéroïdes), et domine la gravité pour les poussières submicrométriques des comètes.

Point agrégation – Comment Planck a-t-il obtenu la valeur de h ?

En ajustant sa loi aux mesures de Rubens et Kurlbaum dans l’infrarouge lointain (jusqu’à $50 \mu\text{m}$) et à celles de Lummer et Pringsheim. Il en a déduit simultanément h et k_B , donc le nombre d’Avogadro et la charge élémentaire, avec une précision remarquable pour l’époque.

Point agrégation – Que devient le photon dans un milieu d’indice n ?

L’excitation élémentaire du champ dans la matière est un polariton (photon couplé aux excitations du milieu). Son énergie reste $\hbar\omega$; sa quantité de mouvement est $n\hbar\omega/c$ (forme de Minkowski) ou $\hbar\omega/(nc)$ (forme d’Abraham) selon la part attribuée au milieu : les deux sont cohérentes une fois le bilan global écrit (controverse Abraham–Minkowski, résolue par Barnett en 2010).

Point agrégation – Peut-on mesurer h en classe ?

Oui, par le potentiel d’arrêt d’une cellule photoélectrique éclairée par les raies du mercure (précision de quelques pour cent), ou plus grossièrement avec des diodes électroluminescentes. Il faut discuter le potentiel de contact, la lumière parasite et la détermination de l’annulation du courant.

B Opérateurs d’échelle de l’oscillateur harmonique

Pour $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_0^2\hat{x}^2$, on pose $\hat{X} = \hat{x}/\Lambda$ et $\hat{P} = \Lambda\hat{p}/\hbar$ avec $\Lambda = \sqrt{\hbar/m\omega_0}$, de sorte que $[\hat{X}, \hat{P}] = i$ et $\hat{H} = \frac{\hbar\omega_0}{2}(\hat{X}^2 + \hat{P}^2)$. Avec $\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{X} + i\hat{P})$ et $\hat{a}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{X} - i\hat{P})$, on a $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ et

$$\hat{H} = \hbar\omega_0\left(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}\right) = \hbar\omega_0\left(\hat{N} + \frac{1}{2}\right)$$

De $[\hat{N}, \hat{a}] = -\hat{a}$ et $[\hat{N}, \hat{a}^\dagger] = \hat{a}^\dagger$, on déduit que si $|n\rangle$ est propre de $\hat{N}$ avec la valeur n , alors $\hat{a}|n\rangle$ et $\hat{a}^\dagger|n\rangle$ le sont avec $n-1$ et $n+1$. Comme $n = \|\hat{a}|n\rangle\|^2 \geq 0$, la suite descendante s’arrête : il existe $|0\rangle$ tel que $\hat{a}|0\rangle = 0$, et les valeurs propres sont les entiers naturels. D’où $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0$, et, en normalisant, $\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle$, $\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle$. Appliqué à chaque mode du champ, ce résultat fournit les états de Fock de la partie III.1.

C Erreurs et imprécisions corrigées par rapport aux notes manuscrites

1. $\lambda_C = h/m_e c = 2,426 \text{ pm}$, et non $2,246 \text{ pm}$ (inversion de chiffres).
2. La loi en $1/\lambda^4$ de Rayleigh–Jeans est une prédiction classique (1900–1905), non un résultat expérimental ; les mesures sont de Lummer–Pringsheim et Rubens–Kurlbaum.

3. Hallwachs : 1888 (et non 1988); Joseph John Thomson (et non « John Thomson »); Klein–Gordon : 1926; Hanbury Brown et Twiss : 1956 pour l'expérience optique; Wheeler : 1978 pour la proposition du choix retardé (réalisation 2007).
4. Énergie du photon à 1,8 GHz : 7,4 μeV (et non 7,6).
5. Raie du sodium utilisée pour le ralentissement : 589 nm (et non 890 nm, erreur présente dans le document source).
6. Pression de radiation de l'impulsion laser : $\approx 4 \times 10^8$ Pa avec la surface $\pi d^2/4$ (les notes utilisaient πd^2 et trouvaient 1×10^8 Pa).
7. Polarisation du milieu anisotrope : $\vec{P} = \epsilon_0(\epsilon_r - 1)\vec{E}$; signe du couple en $(n_x^2 - n_y^2)$; intégration sur la lame demi-onde conduisant à $\Gamma = 2\Phi/\omega$, soit $2\hbar$ par photon (les notes concluaient $\hbar$ par un argument de puissance valable pour l'absorption).
8. Le photon est de spin 1 avec deux hélicités $\pm\hbar$ (et non « de spin $\pm\hbar$ »).
9. Le résultat $\alpha = 0,18 \pm 0,06$ est probant parce que toute théorie classique impose $\alpha \geq 1$; la visibilité des franges à un photon est de 98 %.
10. Centre NV : raie à zéro phonon à 637 nm, émission 640 nm à 750 nm; sources de photons uniques NV depuis 2000, non depuis 1980 (en 1986 : cascade du calcium).
11. L'effet photoélectrique est une absorption (le photon disparaît), pas une « collision inélastique » au sens mécanique; l'affirmation sur le laser de 10 W suppose une longueur d'onde supérieure au seuil.
12. $\hbar = 1,054\,571\,817 \times 10^{-34}$ J · s et h exact (CODATA 2018).