

Polarisation des ondes électromagnétiques

Notes de montage — préparation à l'agrégation de physique

Rémi Mevaere — sciences-physiques.net

Niveau	Montage d'agrégation (épreuve de montage). Les concepts mobilisés relèvent de la licence (L2–L3) et de la deuxième année de CPGE ; les exploitations utilisent la métrologie de niveau licence (incertitudes de type A et B, régression linéaire).
Prérequis	Ondes électromagnétiques planes dans le vide et dans un diélectrique linéaire ; équations de Maxwell et relations de passage ; lois de Snell–Descartes ; rayonnement du dipôle oscillant ; notions de métrologie.
Bibliographie	Sextant, <i>Optique expérimentale</i> , Hermann, chap. « Polarisation » ; R. Duffait, <i>Expériences d'optique – agrégation de physique</i> , Bréal ; J.-P. Pérez, <i>Optique, fondements et applications</i> , Dunod ; E. Hecht, <i>Optics</i> , Pearson, chap. 8 ; G. Bruhat, <i>Optique</i> , Masson ; P. Fleury, J.-P. Mathieu, <i>Lumière</i> , Eyrolles ; M. Born, E. Wolf, <i>Principles of Optics</i> , Cambridge UP, § 1.5 ; C. Bohren, D. Huffman, <i>Absorption and Scattering of Light by Small Particles</i> , Wiley ; A. Yariv, <i>Optical Electronics</i> , chap. 9 (effet Pockels).

Avertissement

Ce document reprend mes **notes personnelles** rédigées pour la préparation à l'agrégation de physique (épreuve de montage). Il peut servir de support de travail, mais il doit **impérativement être retravaillé** par chaque candidat : le choix des expériences, les protocoles, les mesures et leurs exploitations sont à adapter au matériel disponible et au programme en vigueur. Les valeurs présentées comme « typiques » ne sont pas des mesures effectuées ici. Malgré le soin apporté à la relecture, une erreur reste possible.

Objectifs, fil conducteur et minutage

Un montage n'est pas une leçon : il s'agit de *montrer* des phénomènes, de les *mesurer* et de discuter la qualité des mesures. Le fil conducteur retenu est celui des notes d'origine :

1. **mettre en évidence** que le champ électrique d'une onde électromagnétique a une direction, d'abord avec des ondes centimétriques (où l'on « voit » l'antenne), puis en optique ;
2. **produire** une lumière polarisée rectilignement par dichroïsme, par réflexion vitreuse et par diffusion, et **vérifier quantitativement** la loi de Malus et la loi de Brewster ;
3. **produire et analyser** des polarisations circulaires et elliptiques avec des lames biréfringentes, puis **mesurer** un déphasage (méthode de Sénarmont) ;
4. **appliquer** : pouvoir rotatoire (saccharimétrie), photoélasticité, modulation électro-optique.

Partie	Expérience présentée (les autres sont « en réserve »)	Durée
II – Hyperfréquences	Rotation du récepteur ; grille polarisante (loi de Malus en hyperfréquences)	5 min
III – Loi de Malus	Polariseur, analyseur, photodiode : $U(\theta)$, régression sur $\cos^2 \theta$	8 min
IV – Brewster	Mesure de θ_B au goniomètre, incertitude de type A, indice du verre	8 min
V – Diffusion	Lumière diffusée à 90° par une cuve d'eau laiteuse : polarisation, bleu/rouge	4 min
VI – Biréfringence	Lame $\lambda/4$: production d'une polarisation circulaire ; analyse d'une polarisation inconnue	8 min
VII – Applications	Pouvoir rotatoire du saccharose : loi de Biot, incertitudes	7 min
Total (présentation de 40 min)		40 min

Matériel. Banc hyperfréquences (émetteur à diode Gunn $\approx 9,4$ GHz, récepteur à diode, grille métallique, voltmètre) ; lampe quartz-iode (QI) avec condensateur, diaphragme, filtre interférentiel ou coloré ; laser He-Ne (633 nm) ; lampe à vapeur de sodium ; polaroïds sur montures graduées (au moins trois) ; lames $\lambda/4$ et $\lambda/2$ (pour 633 nm et pour 589 nm) ; goniomètre avec plateau gradué ; lame de verre à faces parallèles ; cuve en verre, lait ou thiosulfate de sodium et acide chlorhydrique dilué ; rhomboèdre de spath ; tubes de saccharimètre (1 dm et 2 dm), saccharose, balance, fioles jaugées ; pièce de plexiglas et dispositif de mise en contrainte ; photodiode avec résistance de charge, voltmètre ; éventuellement cellule de Pockels (KDP) et générateur haute tension, cellule à cristaux liquides.

Attention – Sécurité

Laser de classe 2 : ne jamais regarder le faisceau ni ses réflexions spéculaires (la lame de Brewster renvoie un faisceau vers la salle : placer l'écran avant d'allumer). Lampe QI : surfaces chaudes, ne pas toucher l'ampoule. Haute tension de la cellule de Pockels : montage vérifié hors tension, câbles blindés.

I Décrire la polarisation d'une onde

1 Onde plane progressive et transversalité

Dans le vide, les équations de Maxwell imposent à une onde plane progressive monochromatique de vecteur d'onde $\vec{k} = k \vec{e}_z$ d'être transverse : $\vec{k} \cdot \vec{E} = 0$ et $\vec{B} = \vec{k} \times \vec{E}/\omega$. Le champ électrique le plus général s'écrit donc

$$\vec{E}(z, t) = E_{0x} \cos(\omega t - kz) \vec{e}_x + E_{0y} \cos(\omega t - kz - \varphi) \vec{e}_y, \quad (1)$$

où φ est le *retard de phase* de la composante y sur la composante x . Le champ $\vec{B}$ se déduit de $\vec{E}$: décrire la polarisation, c'est décrire la courbe que trace l'extrémité de $\vec{E}$ dans le plan d'onde, au cours du temps, en un point fixe.

Définition – État de polarisation

L'**état de polarisation** d'une onde plane monochromatique est la courbe décrite par l'extrémité du vecteur $\vec{E}(t)$ dans le plan transverse, en un point donné, avec son sens de parcours. Pour l'onde (1), en éliminant le temps,

$$\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} - \frac{2E_x E_y}{E_{0x} E_{0y}} \cos \varphi = \sin^2 \varphi : \quad (2)$$

c'est une **ellipse** inscrite dans le rectangle $[-E_{0x}, E_{0x}] \times [-E_{0y}, E_{0y}]$.

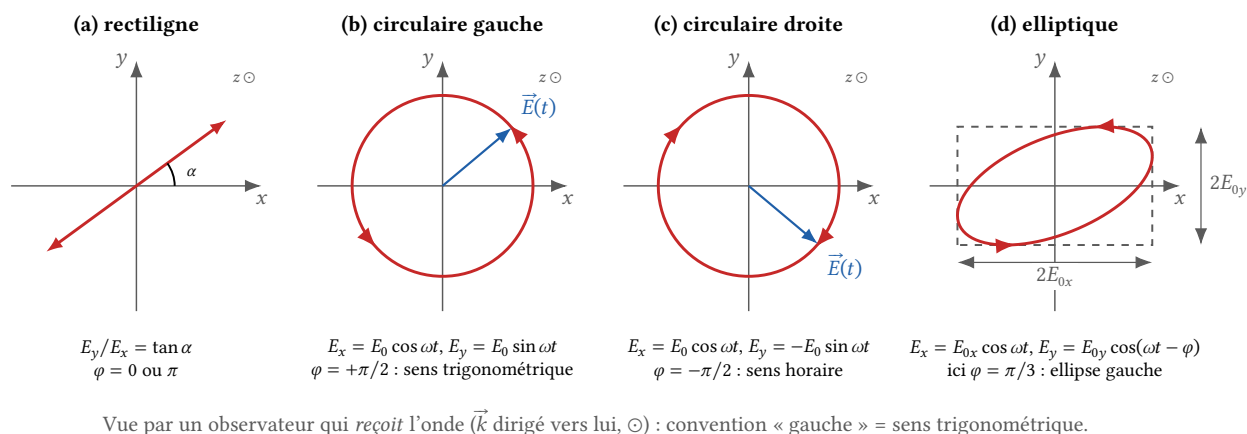


FIG. 1. États de polarisation d'une onde plane, vus par un observateur qui reçoit l'onde.

2 Les cas particuliers utiles

Propriété – Polarisations rectiligne, circulaire, elliptique

- $\varphi = 0$ ou π : l'ellipse dégénère en un segment, la polarisation est **rectiligne**, inclinée de α sur Ox avec $\tan \alpha = \pm E_{0y}/E_{0x}$.
- $\varphi = \pm\pi/2$ et $E_{0x} = E_{0y}$: **circulaire**.
- Tout autre cas : **elliptique**. Les axes de l'ellipse sont le long de Ox et Oy si et seulement si $\varphi = \pm\pi/2$.

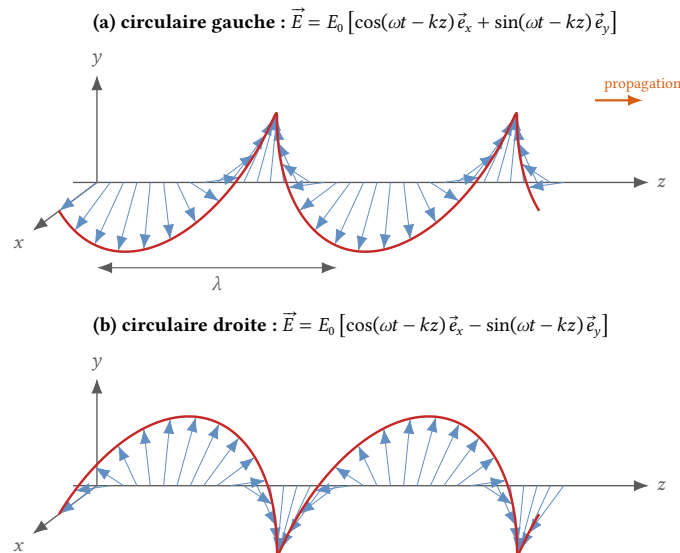
Sens de parcours. Pour un observateur qui reçoit l'onde ($\vec{k}$ dirigé vers lui), la polarisation est dite **gauche** si $\vec{E}$ tourne dans le sens trigonométrique ($0 < \varphi < \pi$ avec la convention (1)) et **droite** s'il tourne dans le sens horaire ($-\pi < \varphi < 0$).

Démonstration – Sens de rotation

À $t = 0$, $\vec{E} = (E_{0x}, E_{0y} \cos \varphi)$ et $\dot{\vec{E}} = (0, \omega E_{0y} \sin \varphi)$: si $\sin \varphi > 0$, le vecteur situé sur le bord droit du rectangle ($E_x = E_{0x}$) monte, donc tourne dans le sens trigonométrique vu de l'observateur qui reçoit l'onde (axe z pointant vers lui).

Attention – Conventions

Cette convention (Bruhat, Pérez, Hecht) est celle de l'optique : « droite » = sens horaire pour l'observateur qui reçoit l'onde. En physique des particules, on parle d'*hélécité* : une onde circulaire gauche au sens optique porte une *hélécité positive* (moment cinétique $+\hbar$ par photon selon $\vec{k}$). Toujours annoncer la convention adoptée devant le jury.



Photographie à $t = 0$: l'extrémité de $\vec{E}$ décrit une hélice d'axe z et de pas λ ;
 en un point fixe, $\vec{E}$ tourne à la pulsation ω (sens trigonométrique pour l'onde gauche, vue de l'observateur qui la reçoit).

FIG. 2. Photographie à $t = 0$ des deux ondes circulaires : l'extrémité de $\vec{E}$ décrit une hélice de pas λ .

Remarque (vecteurs de Jones). En notation complexe, $\underline{\vec{E}} = e^{i(kz - \omega t)} \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} e^{i\varphi} \end{pmatrix}$. Le vecteur colonne normalisé est le *vecteur de Jones* : $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ (rectiligne selon x), $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix}$ (circulaires). Polariseurs et lames sont des matrices 2×2 ; par exemple une lame de retard φ d'axes x, y est $\text{diag}(1, e^{i\varphi})$. Ce formalisme rend mécaniques les calculs de la partie VI.

3 Lumière naturelle et lumière partiellement polarisée

Une source thermique émet des trains d'ondes brefs (temps de cohérence de l'ordre de 10^{-14} s en lumière blanche, jusqu'à 10^{-9} s pour une raie spectrale) dont la polarisation change aléatoirement d'un train à l'autre : à l'échelle d'un détecteur, tous les états se succèdent avec la même probabilité. C'est la **lumière naturelle** (non polarisée). Un polariseur idéal en transmet la moitié de l'intensité, quelle que soit son orientation. Entre les deux extrêmes, on définit le *degré de polarisation* $P = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min})$ mesuré en tournant un analyseur ($P = 1$ pour une rectiligne, $P = 0$ pour la lumière naturelle ou circulaire : l'analyseur seul ne les distingue pas, cf. partie VI, § 3).

Le vecteur $\vec{E}$ a une direction : encore faut-il le montrer. Les ondes centimétriques, dont la longueur d'onde est à l'échelle de la main, sont l'outil le plus parlant.

II Mise en évidence avec des ondes centimétriques

1 Le banc hyperfréquences

Expérience — 1 — Rotation du récepteur

Matériel. Émetteur à diode Gunn ($f \approx 9,4$ GHz, $\lambda = c/f \approx 3,2$ cm) muni d'un cornet ; récepteur à diode de détection dans un cornet identique, monté sur un support tournant autour de l'axe émetteur-récepteur ; voltmètre continu.

Protocole. Aligner les deux cornets à 40 cm environ, régler le gain pour une tension U_0 de quelques volts. Tourner le récepteur d'un angle ψ autour de l'axe par pas de 15° et relever $U(\psi)$.

Observation attendue. U décroît, s'annule pour $\psi = 90^\circ$, remonte jusqu'à U_0 à 180° . Aux faibles niveaux la diode est quadratique ($U \propto \overline{E^2}$) : $U(\psi) \approx U_0 \cos^2 \psi$.

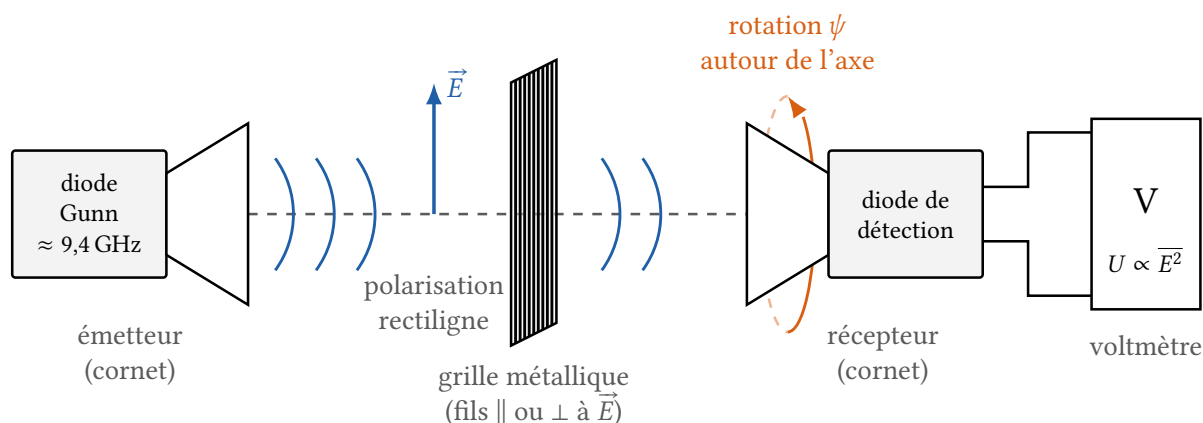


Fig. 3. Banc hyperfréquences : l'antenne du récepteur ne capte que la composante de $\vec{E}$ parallèle à son brin ; la grille ne transmet que la composante perpendiculaire aux fils.

ψ (°)	0	15	30	45	60	75	90
U/U_0 attendu ($\cos^2 \psi$)	1	0,93	0,75	0,50	0,25	0,07	0

(Valeurs typiques : la courbe réelle s'écarte de $\cos^2 \psi$ près des maxima si la diode quitte son régime quadratique.)

Cette expérience ne se comprend pas avec une onde scalaire : l'antenne, un brin conducteur, n'est sensible qu'à la projection de $\vec{E}$ sur sa direction. L'onde émise par la diode Gunn est **polarisée rectilignement**, parallèlement au brin de l'antenne émettrice.

2 La grille polarisante : loi de Malus en hyperfréquences

Expérience – 2 – Grille métallique

Protocole. Émetteur et récepteur alignés (brins verticaux). Interposer une grille de fils métalliques parallèles, de pas $d \approx 1$ cm :

1. fils **parallèles** à $\vec{E}$ (verticaux) : $U \approx 0$, l'onde est bloquée ;
2. fils **perpendiculaires** à $\vec{E}$: $U \approx U_0$, l'onde passe ;
3. fils à 45° : $U \approx U_0/4$;
4. récepteur tourné de 90° ($U = 0$) puis grille à 45° : U remonte à $U_0/4$.

Propriété – Loi de Malus

Un polariseur rectiligne d'axe de transmission $\vec{u}$ transmet, d'une onde polarisée rectilignement selon $\vec{w}$ avec $(\vec{u}, \vec{w}) = \alpha$, le champ $E_t = E_0 \cos \alpha$ et donc l'intensité

$$I_t = I_0 \cos^2 \alpha. \quad (3)$$

Le cas 3 ci-dessus s'interprète en appliquant deux fois la loi : $E_0 \cos 45^\circ$ transmis par la grille, puis projeté sur l'antenne réceptrice, $E_0 \cos^2 45^\circ = E_0/2$, soit $U_0/4$. Le cas 4 est le classique « troisième polariseur entre deux polariseurs croisés » : la grille à 45° *fait tourner* la direction de polarisation et rétablit un signal.

Ordres de grandeur – Hyperfréquences

$f = 9,4$ GHz, $\lambda = 3,2$ cm ; pas de la grille $d \approx 1$ cm $\approx \lambda/3$; taux d'extinction d'une bonne grille > 100 ; puissance émise ~ 10 mW ; détection quadratique en dessous de ~ 100 μ W reçus.

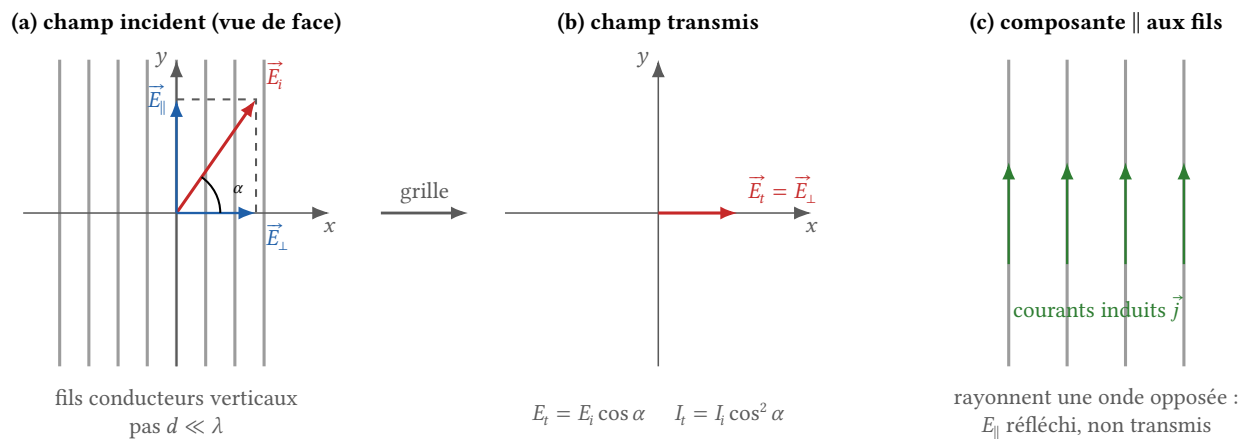


FIG. 4. Action de la grille : la composante de $\vec{E}$ parallèle aux fils met en mouvement les électrons de conduction ; les courants induits rayonnent une onde qui annule l'onde transmise (réflexion). La composante perpendiculaire traverse.

Point agrégation — Pourquoi le pas de la grille doit-il être petit devant la longueur d'onde ?

Si $d \gtrsim \lambda$, l'onde « passe entre les fils » pour les deux polarisations (la grille diffracte comme un réseau). Si $d \ll \lambda$, la grille se comporte comme une surface continue pour la composante $\parallel$ aux fils (réflexion quasi totale, comme un miroir métallique) et comme du vide pour la composante $\perp$, les électrons ne pouvant pas circuler transversalement sur un fil mince. Les notes d'origine indiquaient « un pas de l'ordre de λ » : c'est précisément la limite à éviter.

En optique ($\lambda \approx 0,5 \mu\text{m}$), la « grille » est une feuille de polymère dont les chaînes étirées jouent le rôle des fils : c'est le polaroïd. Reste à vérifier la loi de Malus avec un vrai détecteur quantitatif.

III Polariseurs dichroïques et loi de Malus

1 Les polaroïds

Repère historique

Edwin Land brevète en 1929 le premier polariseur en feuille (film « J », microcristaux d'héraphthite alignés) et le commercialise dès 1932 ; le film « H » (alcool polyvinylique étiré puis dopé à l'iode), toujours utilisé, date de 1938. Les chaînes de polyiodure conductrices absorbent la composante de $\vec{E}$ parallèle aux chaînes : l'axe de transmission est *perpendiculaire* à l'étirement. On parle de **dichroïsme** (absorption sélective selon la polarisation).

Ordres de grandeur — Polaroïd H

Transmittances principales des films H (Polaroid) : $k_1 \approx 0,5$ à $0,8$ pour une vibration selon l'axe de transmission et k_2 de $\sim 10^{-5}$ (HN22) à quelques 10^{-3} (HN38) selon l'axe bloquant : plus un film transmet, moins il éteint. Transmission de la lumière naturelle $(k_1 + k_2)/2 \approx 0,22, 0,32$ ou $0,38$ selon le film (la limite idéale est $0,5$). Le taux d'extinction k_1/k_2 , de 10^2 à 10^4 , se dégrade dans le bleu et dans le proche infrarouge : filtrer la lumière.

2 Vérification quantitative de la loi de Malus

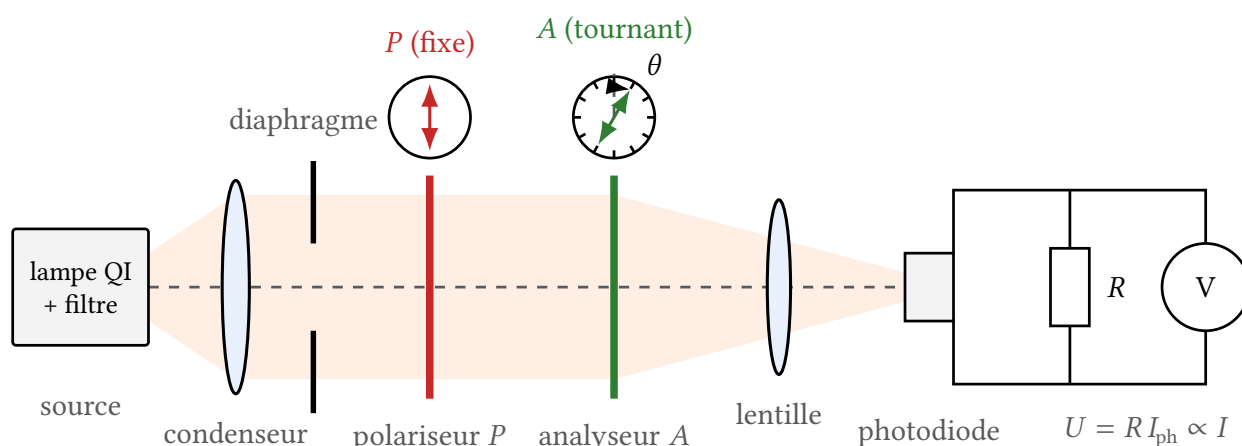


Fig. 5. Montage de la loi de Malus : la photodiode, chargée par une résistance R faible, délivre une tension proportionnelle à l'éclairement.

Expérience – 3 – Loi de Malus

Matériel. Lampe QI, condensateur, diaphragme, filtre (interférentiel 546 nm ou coloré), polariseur P et analyseur A sur montures graduées au degré, lentille de focalisation, photodiode avec résistance de charge ($R \approx 10 \text{ k}\Omega$), voltmètre.

Protocole.

1. Former un faisceau peu divergent, tout entier reçu par la photodiode ; vérifier que le signal n'est pas saturé (il doit diminuer quand on diaphragme).
2. Mesurer la tension d'obscurité U_{obs} (lampe cachée) et la soustraire.
3. Croiser P et A (minimum de U) : ce repère vaut $\theta = 90^\circ$.
4. Relever $U(\theta)$ tous les 10° sur un tour complet (au moins 19 points sur 180° : « ne pas se contenter de 10 valeurs ») ; répéter trois fois quelques positions pour estimer la dispersion.

Exploitation. Tracer U en fonction de $\cos^2 \theta$; régression linéaire $U = a \cos^2 \theta + b$; comparer b à la tension résiduelle attendue (polaroïds imparfaits, lumière parasite).

$\theta (^\circ)$	$\cos^2 \theta$	$U \text{ (V)}$	$\theta (^\circ)$	$\cos^2 \theta$	$U \text{ (V)}$
0	1,000	2,447	100	0,030	0,169
10	0,970	2,333	110	0,117	0,289
20	0,883	2,110	120	0,250	0,639
30	0,750	1,757	130	0,413	1,090
40	0,587	1,430	140	0,587	1,436
50	0,413	1,053	150	0,750	1,833
60	0,250	0,631	160	0,883	2,136
70	0,117	0,324	170	0,970	2,366
80	0,030	0,128	180	1,000	2,377
90	0,000	0,008			

Valeurs typiques simulées ($U_0 = 2,40 \text{ V}$, résiduel 30 mV, bruit 25 mV) : elles ne sont pas des mesures effectuées ici mais illustrent l'ordre de grandeur et la dispersion que l'on obtient avec ce montage.

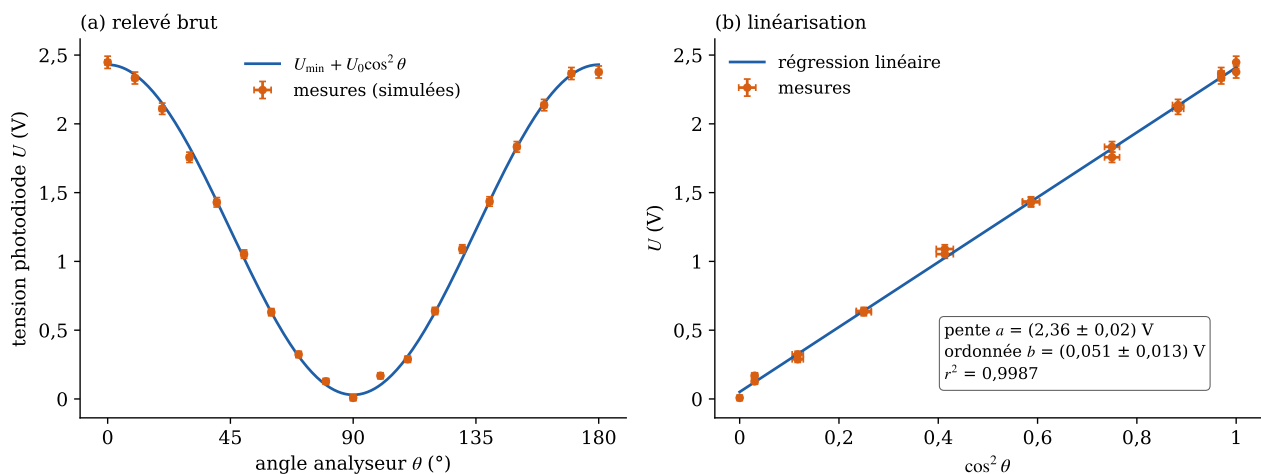


Fig. 6. (a) Relevé $U(\theta)$ et courbe $U_{\min} + U_0 \cos^2 \theta$; (b) linéarisation et régression : pente $(2,36 \pm 0,02)$ V, ordonnée à l'origine $(0,051 \pm 0,013)$ V.

Incertitudes.

- **Angle** (type B) : lecture au demi-degré sur une monture graduée, $u(\theta) = 0,5^\circ / \sqrt{3} \approx 0,3^\circ$, à laquelle s'ajoute l'incertitude de *repérage* du zéro (minimum plat de $\cos^2 \theta$) : on retient $u(\theta) \approx 1^\circ$. Propagée sur $x = \cos^2 \theta$: $u(x) = |\sin 2\theta| u(\theta)$, maximale à 45° ($\approx 0,017$) et nulle aux extrémités.
- **Tension** (type B, notice du voltmètre) : $\pm(0,5\% + 2 \text{ digits})$, soit quelques mV ; la fluctuation de la lampe (type A, trois répétitions) domine souvent : ≈ 20 mV.
- **Régression** : les incertitudes sur la pente et l'ordonnée à l'origine proviennent de la dispersion des résidus ($u(a) = s_r / \sqrt{S_{xx}}$). Le coefficient $r^2 \approx 0,999$ est un indicateur de linéarité, pas une incertitude.

Attention – Pièges classiques

- **Linéarité du détecteur.** La tension *à vide* d'une photodiode est logarithmique en éclairement ; seul le *courant* (court-circuit ou polarisation inverse, $U = R I_{ph}$ avec R assez faible) est proportionnel à l'éclaircement. Vérifier la linéarité avec des densités neutres ou en doublant la distance source-détecteur (loi en $1/d^2$).
- **Saturation** de la photodiode ou de l'amplificateur aux forts éclairements : la courbe s'aplatit près de $\theta = 0$.
- **Lumière blanche** : les polaroïds laissent passer le rouge profond et le bleu (k_2 monte à 10^{-2} vers 700 nm) ; le résiduel b devient grand. Filtrer.
- **Excentricité** des montures : relever sur 360° et moyenner θ et $\theta + 180^\circ$.
- Un polaroïd *absorbe* ; il chauffe et se dégrade devant une lampe QI non filtrée (filtre anticalorique).

Point agrégation – Pourquoi $\cos^2$ et pas $\cos$?

Le détecteur mesure une puissance, donc la moyenne temporelle de E^2 , qui est quadratique en amplitude ; l'amplitude projetée vaut $E_0 \cos \theta$ et l'intensité $I_0 \cos^2 \theta$. La moyenne de $\cos^2 \theta$ sur toutes les orientations valant $1/2$, on retrouve qu'un polariseur transmet la moitié de la lumière naturelle.

Le polaroïd produit une polarisation rectiligne par absorption. La réflexion sur un diélectrique en produit une autre, par sélection : c'est la polarisation par réflexion vitreuse, que l'on exploite pour mesurer un indice.

IV Polarisation par réflexion vitreuse : angle de Brewster

1 Coefficients de Fresnel

On considère une onde plane arrivant sous l'incidence θ_i sur le dioptré plan séparant deux diélectriques non magnétiques d'indices n_1 et n_2 ; θ_t est l'angle de réfraction ($n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$). On décompose $\vec{E}$ sur la

polarisation s (perpendiculaire au plan d'incidence, notée $\perp$ dans les notes) et la polarisation p (contenue dans le plan d'incidence, $\parallel$). Les relations de passage (continuité de $\vec{E}_{\parallel}$, de $\vec{H}_{\parallel}$ et de $D_{\perp}$, voir annexe A) donnent les coefficients de réflexion en amplitude (convention d'orientation des champs précisée en annexe A) :

$$r_s = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t}, \quad r_p = \frac{n_1 \cos \theta_t - n_2 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta_i}. \quad (4)$$

En incidence normale, $r_s = r_p = (n_1 - n_2)/(n_1 + n_2) = -0,2$ pour le verre ($R = 4\%$); en incidence rasante $|r| \rightarrow 1$.

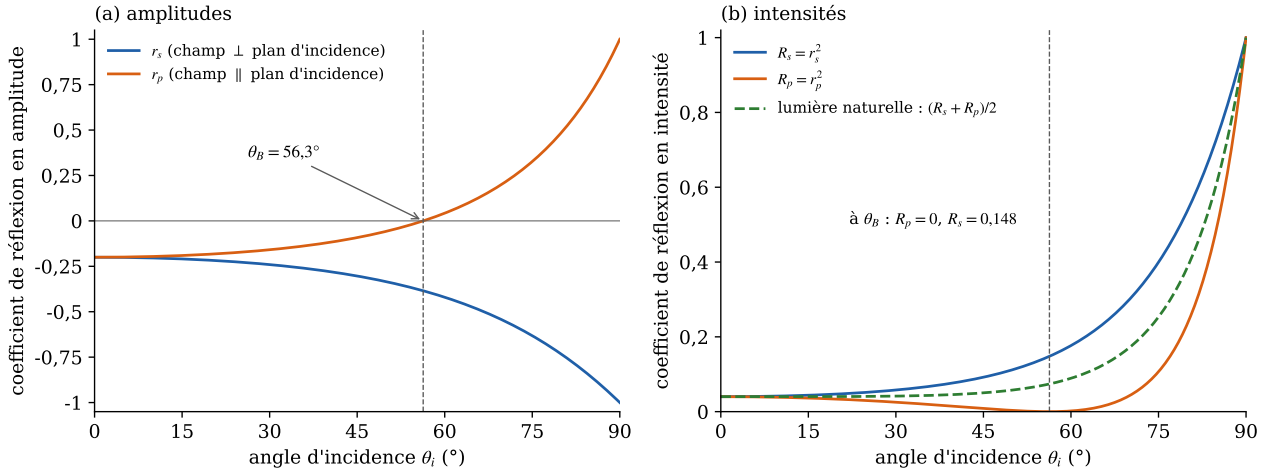


FIG. 7. Coefficients de Fresnel pour l'interface air/verre ($n = 1,5$) : r_p s'annule à l'incidence de Brewster ; la lumière naturelle réfléchi y est totalement polarisée s , avec $R_s(\theta_B) = 14,8\%$.

Théorème — Loi de Brewster (1815)

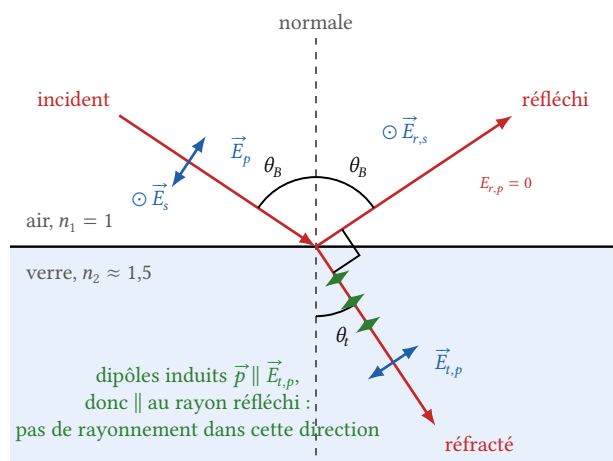
Le coefficient r_p s'annule lorsque $\theta_i + \theta_t = \pi/2$, c'est-à-dire pour l'incidence de Brewster

$$\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1}. \quad (5)$$

La lumière réfléchi est alors **polarisée rectilignement**, perpendiculairement au plan d'incidence ; le rayon réfléchi est perpendiculaire au rayon réfracté.

Démonstration

$r_p = 0 \iff n_1 \cos \theta_t = n_2 \cos \theta_i$. Avec $n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$, en divisant membre à membre on obtient $\sin 2\theta_t = \sin 2\theta_i$, soit $\theta_t = \theta_i$ (exclu si $n_1 \neq n_2$) ou $\theta_i + \theta_t = \pi/2$. Alors $\cos \theta_t = \sin \theta_i$ et la loi de Snell-Descartes donne $n_1 \sin \theta_i = n_2 \cos \theta_i$, d'où (5).



Incidence de Brewster : $\theta_B + \theta_t = \pi/2$, $\tan \theta_B = n_2/n_1$; la lumière réfléchi est polarisée s (perpendiculaire au plan d'incidence).

FIG. 8. Interprétation microscopique : les dipôles induits dans le verre oscillent selon $\vec{E}_{t,p}$, c'est-à-dire *le long* du rayon réfléchi, direction dans laquelle un dipôle ne rayonne pas.

Remarque (interprétation physique). L'onde réfléchi est rayonnée par les dipôles induits dans le milieu 2. Pour la polarisation p , ces dipôles oscillent perpendiculairement au rayon réfracté ; quand celui-ci est perpendiculaire au rayon réfléchi, ils oscillent *le long* de la direction de réflexion, où le diagramme de rayonnement d'un dipôle ($\propto \sin^2 \theta$, annexe B) s'annule. La polarisation s n'a pas d'angle de Brewster : ses dipôles sont toujours perpendiculaires au plan d'incidence.

2 Mesure de l'angle de Brewster et de l'indice du verre

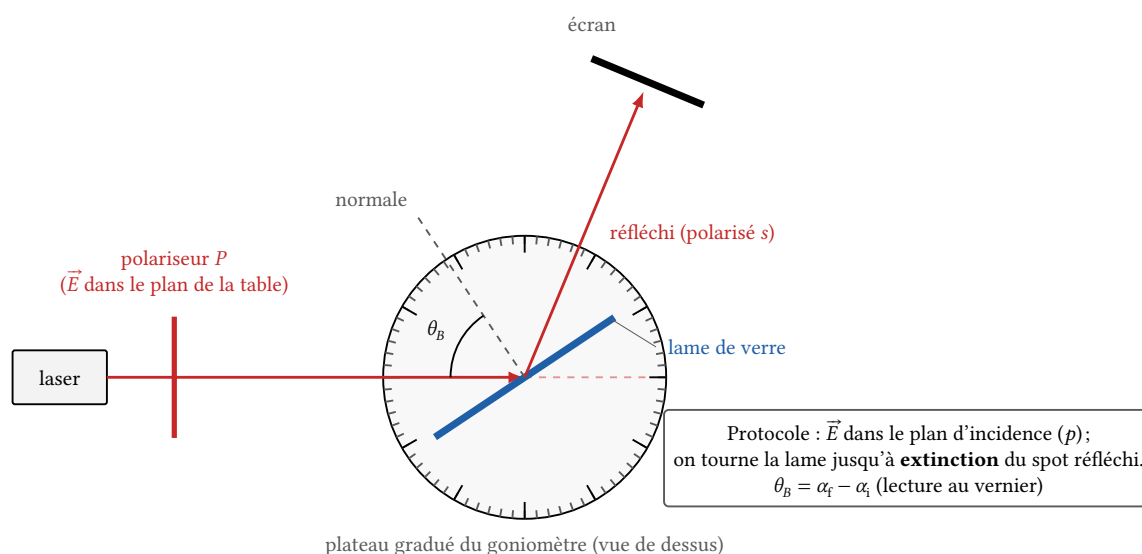


FIG. 9. Montage sur goniomètre : le polariseur fixe $\vec{E}$ dans le plan d'incidence (horizontal) ; on cherche l'extinction du spot réfléchi.

Expérience — 4 — Angle de Brewster

Matériel. Laser He-Ne, polariseur, lame de verre sur le plateau gradué (vernier au 1') d'un goniomètre, écran ou photodiode.

Protocole.

1. Orienter le polariseur pour que $\vec{E}$ soit dans le plan d'incidence (plan horizontal de la table) : contrôler avec un second polaroïd que l'extinction est bonne, car un laser He-Ne n'est que partiellement

polarisé et sa polarisation peut dériver.

- Repérer la position α_i du plateau pour laquelle le faisceau réfléchi revient sur lui-même (incidence normale, lecture possible à l'autocollimation).
- Tourner le plateau jusqu'à l'**extinction** du spot réfléchi : α_f . Le minimum étant plat, l'encadrer par deux positions de même éclairement et prendre le milieu, ou utiliser la photodiode.
- $\theta_B = \alpha_f - \alpha_i$. Répéter N fois en revenant à zéro, sans mélanger les mesures de deux lames différentes.

Mesures (relevé réel des notes d'origine, une lame).

Mesure	α_i	α_f	$\theta_B = \alpha_f - \alpha_i$
1	100°0'	156°0'	56,00°
2	100°0'	155°55'	55,92°
3	100°0'	155°0'	55,00°
4	100°0'	156°10'	56,17°

Exploitation (incertitude de type A). Moyenne $\overline{\theta_B} = 55,77^\circ$; écart-type expérimental (estimateur non biaisé)

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\theta_i - \overline{\theta_B})^2} = 0,52^\circ \quad \text{et} \quad u(\theta_B) = \frac{s}{\sqrt{N}} = 0,26^\circ.$$

Pour un niveau de confiance de 95 % avec $N - 1 = 3$ degrés de liberté, le facteur de Student vaut $t_{95} = 3,18$, d'où l'incertitude élargie $U = 0,83^\circ$:

$$\theta_B = (55,8 \pm 0,8)^\circ \quad (95 \%)$$

puis, avec $n = \tan \theta_B$ et $u(n) = u(\theta_B) / \cos^2 \theta_B$ (en radians),

$$n = 1,47 \pm 0,05 \quad (95 \%)$$

Remarque. Les notes d'origine donnaient une incertitude-type de $0,36^\circ$ et $n = 1,48 \pm 0,05$ en utilisant 56° : la valeur correcte de $s/\sqrt{N}$ est $0,26^\circ$; le résultat final est inchangé à l'arrondi près. En revanche, la mesure ne permet *pas* de trancher entre un borosilicate ($n_D = 1,473$) et un crown ordinaire (N-BK7 : $n = 1,515$ à 633 nm), les deux étant compris dans l'intervalle élargi à 95 % (l'écart à 1,515 vaut environ $3u$); un angle plus précis demanderait une photodiode et un ajustement parabolique du minimum.

Attention — Pièges

- Le minimum de R_p est plat ($R_p \propto (\theta - \theta_B)^2$) : l'œil le place à $\pm 1^\circ$; encadrer le minimum ou utiliser un détecteur.
- Une polarisation incidente imparfaitement p laisse un résiduel s réfléchi ($R_s(\theta_B) \approx 15\%$) : pas d'extinction totale, seulement un minimum.
- La **face arrière** de la lame réfléchit aussi; à l'incidence de Brewster, l'angle interne θ_t est précisément l'angle de Brewster du dioptré verre $\rightarrow$ air ($\tan \theta_t = n_1/n_2$) : les deux réflexions p s'annulent ensemble, ce qui simplifie l'observation.
- Plateau mal centré ou lame non verticale : le spot réfléchi monte ou descend quand on tourne, l'angle lu n'est plus l'angle d'incidence.

Exemple — Applications

Lumière réfléchiée par une étendue d'eau ($\theta_B = 53^\circ$) ou une vitre : fortement polarisée s ; les lunettes de soleil polarisantes (axe de transmission vertical) suppriment ces reflets, et les photographes utilisent un

filtre polarisant tournant. Les fenêtres de Brewster d'un laser He-Ne ne réfléchissent pas la polarisation p : le laser oscille sur cette polarisation, d'où sa polarisation rectiligne.

Le même rayonnement dipolaire qui explique Brewster explique pourquoi la lumière diffusée par de petites particules est polarisée.

V Polarisation par diffusion

1 Diffusion de Rayleigh

Une particule de taille $a \ll \lambda$ (molécule, gouttelette submicronique) soumise au champ $\vec{E}$ de l'onde acquiert un moment dipolaire induit $\vec{p} = \alpha_{\text{pol}} \epsilon_0 \vec{E}$ qui oscille à ω et rayonne (annexe B) :

$$\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{\mu_0 p_0^2 \omega^4 \sin^2 \theta}{32\pi^2 c r^2} \vec{e}_r, \quad \sigma_R \propto \frac{\omega^4}{c^4} \propto \frac{1}{\lambda^4}, \quad (6)$$

où θ est l'angle entre $\vec{p}$ et la direction d'observation. Deux conséquences :

- la lumière diffusée est $(800/400)^4 = 16$ fois plus intense dans le bleu que dans le rouge : ciel bleu, soleil couchant rouge (le faisceau direct traverse ~ 40 fois plus d'atmosphère qu'au zénith et perd son bleu par diffusion Rayleigh ; les aérosols renforcent l'effet) ;
- un dipôle ne rayonne pas le long de son axe : à 90° du faisceau, seule la composante de $\vec{E}$ *perpendiculaire au plan de diffusion* est rayonnée, la lumière diffusée est **totale**ment polarisée rectilignement.

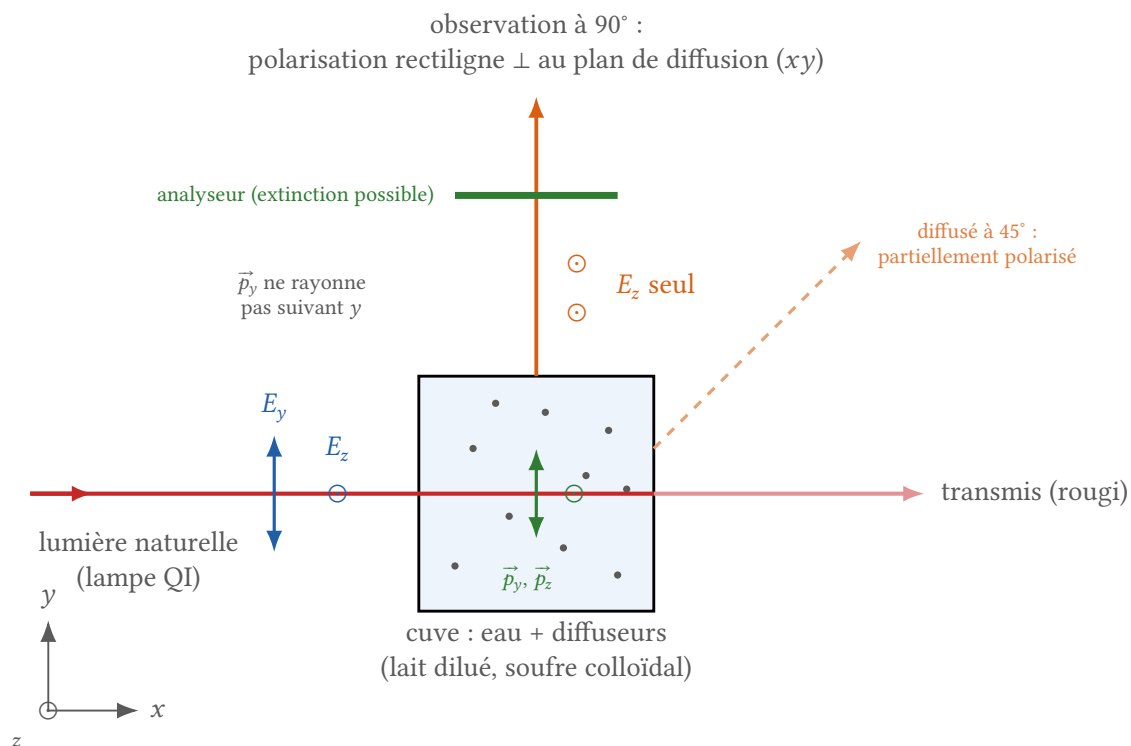
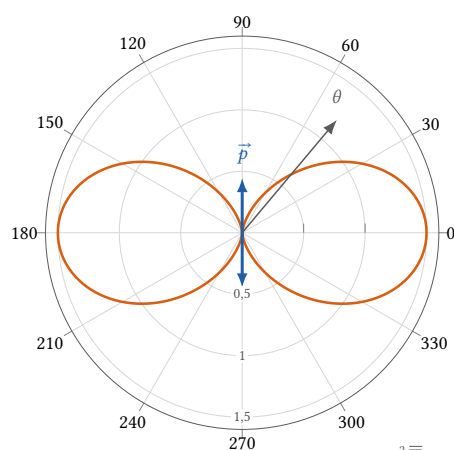


Fig. 10. Diffusion par une cuve d'eau laiteuse : lumière naturelle incidente selon x , observation à 90° selon y ; seul le dipôle $\vec{p}_z$ rayonne dans cette direction.



Gain directionnel du dipôle oscillant : $G(\theta) = \frac{4\pi r^2 \bar{P}}{P} = \frac{3}{2} \sin^2 \theta$,
 θ mesuré depuis l'axe du dipôle : aucune émission le long de $\vec{p}$, maximum dans le plan équatorial.

Fig. 11. Diagramme de rayonnement d'un dipôle oscillant.

2 Expérience

Expérience — 5 — Lumière diffusée à 90°

Matériel. Lampe QI, condenseur, diaphragme, cuve parallélépipédique d'eau, lait (quelques gouttes) ou thiosulfate de sodium ($\approx 0,1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$) et acide chlorhydrique dilué, polaroïd, écran blanc.

Protocole.

1. Faisceau parallèle traversant la cuve d'eau claire : rien n'est visible latéralement.
2. Ajouter le lait goutte à goutte : le faisceau devient visible de côté, **bleuté**, et le faisceau transmis sur l'écran **rougit**.
3. Observer à 90° à travers le polaroïd : extinction quasi complète pour un axe *parallèle* au faisceau, maximum pour l'axe *perpendiculaire* au plan de diffusion. Observer vers l'avant ou l'arrière : pas d'extinction.
4. Variante cinétique : la dismutation du thiosulfate en milieu acide, $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}(\text{aq}) + 2\text{H}^+(\text{aq}) \longrightarrow \text{S}(\text{s}) + \text{SO}_2(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$, produit lentement du soufre colloïdal dont les grains grossissent : la lumière diffusée, d'abord bleue et polarisée (Rayleigh), devient blanche et dépolarisée (Mie, $a \geq \lambda$).

Ordres de grandeur

Degré de polarisation à 90° : $P > 0,9$ avec du lait très dilué, $P \approx 0,7$ pour le ciel clair (diffusions multiples, anisotropie des molécules); rapport bleu/rouge 16 pour λ de 400 à 800 nm.

Point agrégation — Le ciel bleu est-il dû aux poussières ?

Non : la diffusion Rayleigh est due aux *molécules* de l'air (fluctuations de densité); les poussières et gouttelettes, plus grosses que λ , diffusent en régime de Mie, peu sélectif en longueur d'onde, ce qui donne le blanc des nuages et de la brume. La dépendance en λ^{-4} est celle de la puissance rayonnée par un dipôle induit ($\propto \omega^4$) loin de ses résonances (ultraviolet pour N_2 et O_2).

Jusqu'ici nous avons produit des polarisations rectilignes. Pour fabriquer et analyser des polarisations circulaires et elliptiques, il faut un milieu qui traite différemment deux polarisations rectilignes orthogonales : un cristal biréfringent.

VI Biréfringence : production et analyse des polarisations elliptiques

1 Double réfraction et lames cristallines

Expérience — 6 — Double réfraction dans le spath

Poser un rhomboèdre de calcite sur un texte : chaque lettre est dédoublée. Un polaroïd que l'on tourne éteint alternativement l'une et l'autre image, qui sont donc polarisées rectilignement selon deux directions orthogonales. En tournant le cristal, l'image extraordinaire tourne autour de l'image ordinaire.

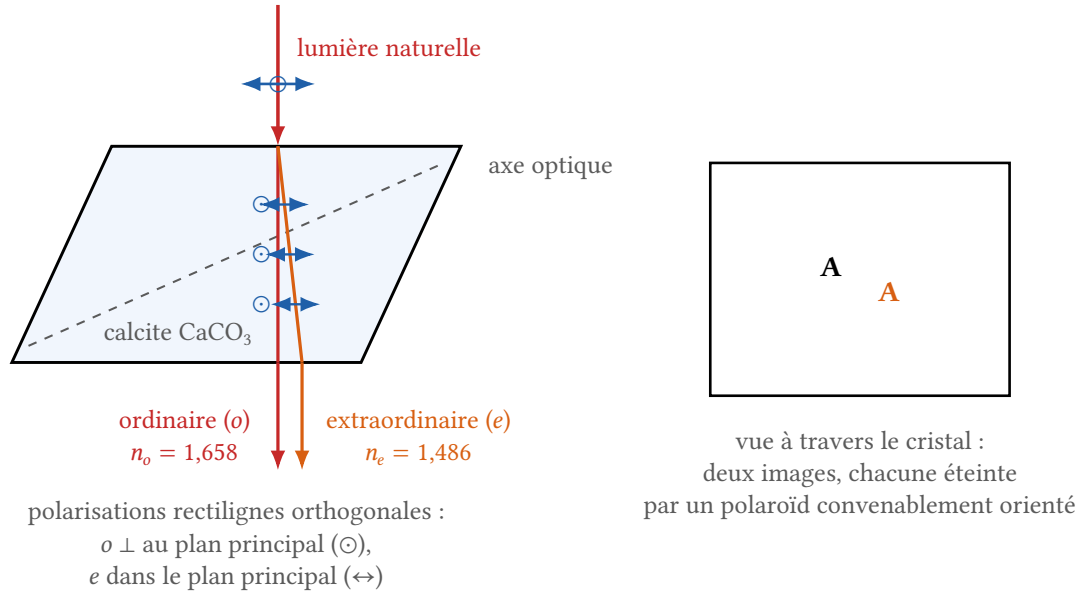


Fig. 12. Double réfraction dans un rhomboèdre de calcite : rayon ordinaire ($n_o = 1,658$) et extraordinaire ($n_e = 1,486$ à 589 nm).

Définition — Milieu uniaxe, lignes neutres

Dans un cristal uniaxe (calcite, quartz, mica), une direction privilégiée, l'**axe optique**, est telle qu'une onde polarisée rectilignement perpendiculairement à l'axe (onde *ordinaire*) voit l'indice n_o et qu'une onde polarisée dans le plan contenant l'axe (onde *extraordinaire*) voit, pour une propagation perpendiculaire à l'axe, l'indice n_e . Une **lame à faces parallèles taillée parallèlement à l'axe** possède ainsi deux **lignes neutres** orthogonales : une vibration rectiligne alignée sur l'une d'elles la traverse sans modification.

Ordres de grandeur

Calcite : $n_o = 1,658$, $n_e = 1,486$ ($\Delta n = -0,172$, uniaxe négatif); quartz : $n_o = 1,5442$, $n_e = 1,5533$ ($\Delta n = +0,0091$, uniaxe positif); mica : $\Delta n \approx 0,005$. Une lame quart d'onde d'ordre zéro en quartz pour 589 nm a une épaisseur $e = \lambda_0 / (4\Delta n) \approx 16 \mu\text{m}$; les lames commerciales sont souvent d'ordre multiple ($e\Delta n = (m + 1/4)\lambda_0$) ou composées de deux lames croisées.

2 Action d'une lame sur une vibration rectiligne

Soit une lame d'épaisseur e , de lignes neutres u (indice n_u , axe *rapide*) et v (indice $n_v > n_u$, axe *lent*), et une vibration rectiligne incidente d'amplitude E_0 inclinée de α sur u . À l'entrée, $E_u = E_0 \cos \alpha \cos \omega t$ et $E_v = E_0 \sin \alpha \cos \omega t$; à la sortie la composante lente est retardée :

$$E_u = E_0 \cos \alpha \cos \omega t, \quad E_v = E_0 \sin \alpha \cos(\omega t - \varphi), \quad \varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_v - n_u)e. \quad (7)$$

La vibration émergente est elliptique, d'équation (2) avec $E_{0x} = E_0 \cos \alpha$ et $E_{0y} = E_0 \sin \alpha$.

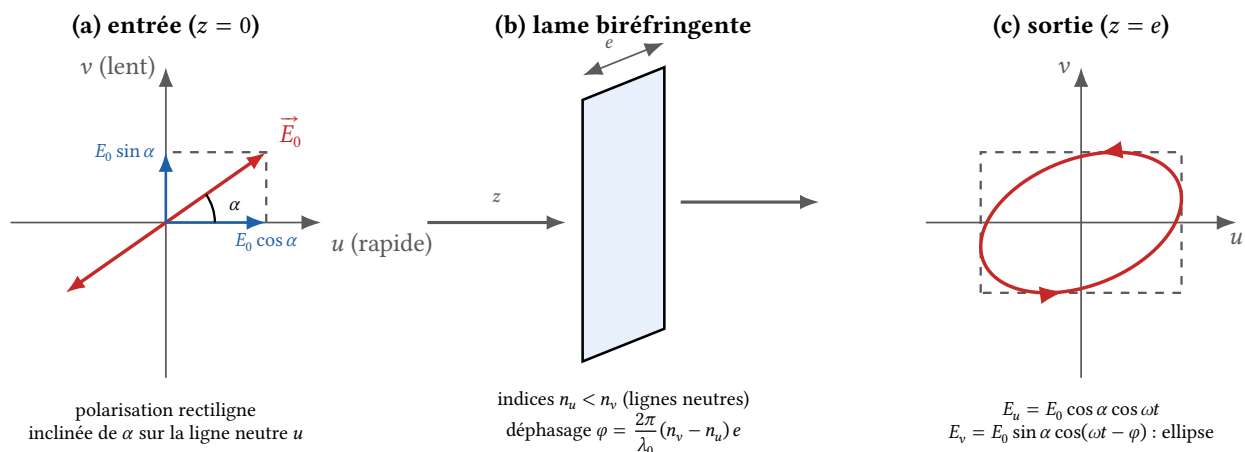
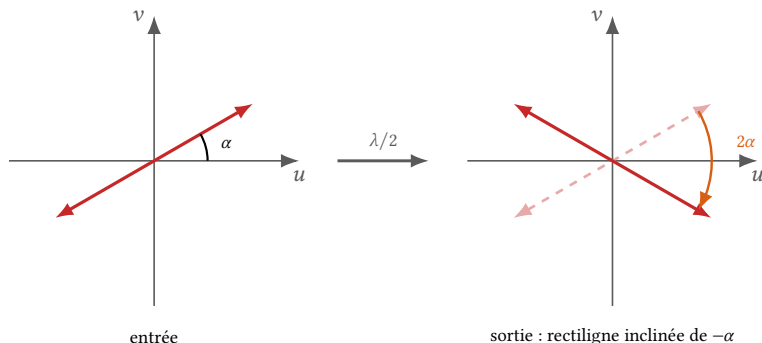


FIG. 13. Une lame biréfringente transforme une vibration rectiligne en vibration elliptique.

Propriété – Lames demi-onde et quart d'onde

- **Lame demi-onde** ($e\Delta n = \lambda_0/2$, $\varphi = \pi$) : $E_v \rightarrow -E_v$, la vibration reste rectiligne mais *symétrique* de la vibration incidente par rapport aux lignes neutres : rotation de 2α .
- **Lame quart d'onde** ($e\Delta n = \lambda_0/4$, $\varphi = \pi/2$) : la vibration émergente est elliptique *d'axes les lignes neutres*; elle est **circulaire** si $\alpha = 45^\circ$. Réciproquement, une vibration elliptique dont les axes coïncident avec les lignes neutres d'une lame $\lambda/4$ ressort **rectiligne** (inclinée de $\arctan(E_{0y}/E_{0x})$); une circulaire ressort rectiligne à 45° des lignes neutres.

Lame demi-onde ($\varphi = \pi$) : symétrie par rapport aux lignes neutres, rotation de 2α



Lame quart d'onde ($\varphi = \pi/2$) : ellipse d'axes les lignes neutres; cercle si $\alpha = 45^\circ$

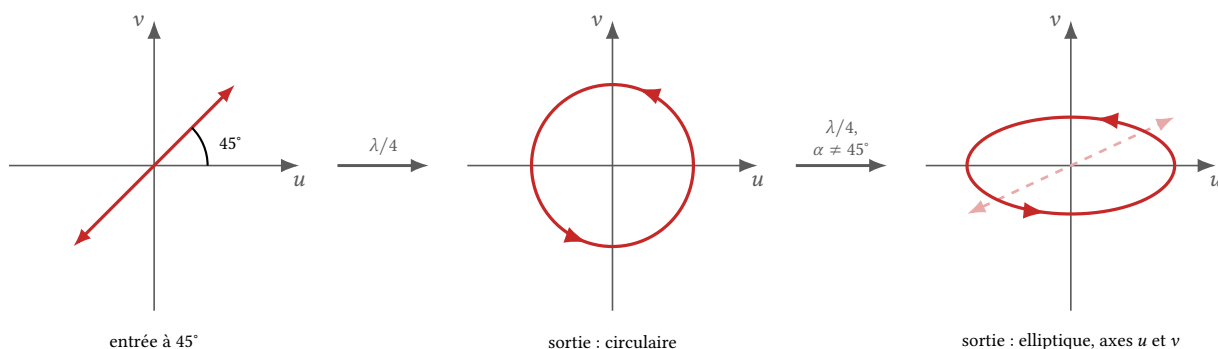


FIG. 14. Action des lames $\lambda/2$ et $\lambda/4$ sur une vibration rectiligne.

Expérience — 7 – lame quart d'onde : production d'une polarisation circulaire

Matériel. Laser He-Ne (ou lampe + filtre), polariseur P , lame $\lambda/4$ pour 633 nm sur monture graduée, analyseur A , photodiode.

Protocole.

1. **Lignes neutres.** P et A croisés, insérer la lame et la tourner : quatre extinctions par tour repèrent les lignes neutres (la lame n'agit pas sur une vibration qui leur est parallèle). Les marquer.
2. **Circulaire.** Tourner la lame de 45° à partir d'une extinction. Tourner alors A : l'intensité reste constante (à quelques % près). Vérifier que ce n'est pas de la lumière naturelle (voir expérience 8).
3. **Elliptique.** Pour un angle $\alpha \neq 45^\circ$, A donne un minimum non nul et un maximum; mesurer $I_{\min}/I_{\max} = \tan^2 \alpha$ (ou $\cot^2 \alpha$) et comparer.

Pièges. Une lame $\lambda/4$ prévue pour 589 nm donne à 633 nm un déphasage $\varphi = (\pi/2)(589/633) \approx 0,465\pi$ (ordre zéro) : l'ellipse n'est pas tout à fait un cercle, et c'est bien pire pour une lame d'ordre multiple. Repérer le sens lent/rapide de la lame fixe le sens de rotation (gauche ou droite), distinguable avec une seconde $\lambda/4$.

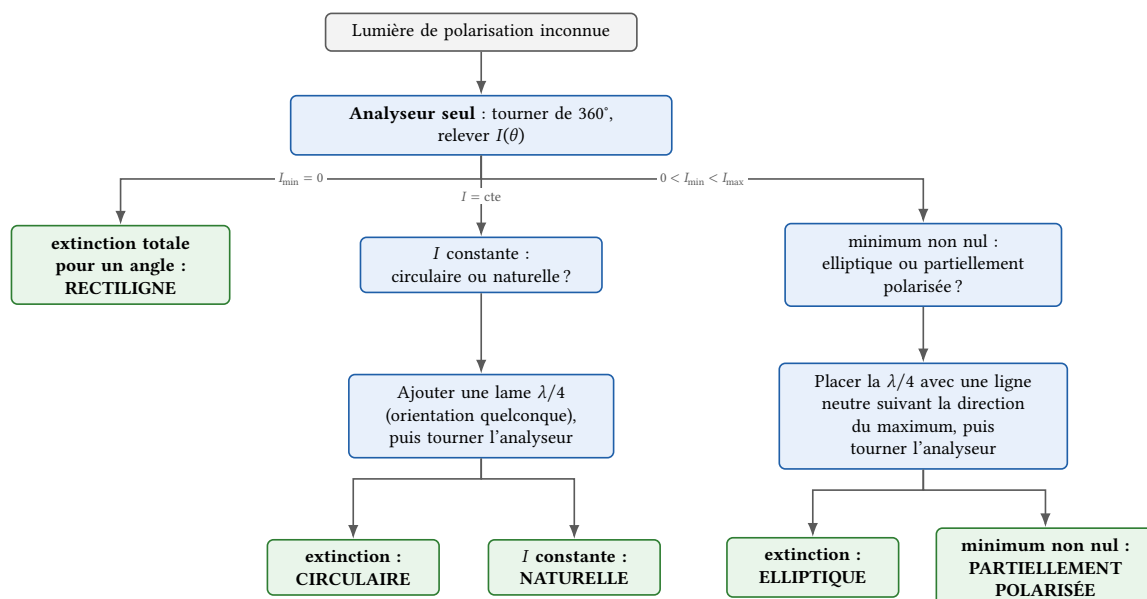
3 Analyse d'une polarisation inconnue

Expérience — 8 – Identifier un état de polarisation

On dispose d'un analyseur A et d'une lame $\lambda/4$. La figure 15 résume la procédure; en pratique :

1. A seul : extinction totale $\Rightarrow$ rectiligne; intensité constante $\Rightarrow$ circulaire ou naturelle; minimum non nul $\Rightarrow$ elliptique ou partiellement polarisée.
2. Cas « constante » : placer la $\lambda/4$ (orientation quelconque), tourner A : extinction $\Rightarrow$ circulaire; toujours constante $\Rightarrow$ naturelle.
3. Cas « minimum non nul » : placer la $\lambda/4$ avec une ligne neutre selon la direction du maximum de A (axe de l'ellipse), tourner A : extinction $\Rightarrow$ elliptique; minimum non nul $\Rightarrow$ mélange de lumière naturelle et polarisée.

Sources « inconnues » à proposer au jury : réflexion vitreuse hors Brewster (partiellement polarisée), écran LCD d'ordinateur (rectiligne, souvent à 45°), lumière du ciel à 90° du Soleil, laser + $\lambda/4$ à 30° (elliptique).



Une lame $\lambda/4$ dont une ligne neutre coïncide avec un axe de l'ellipse transforme une vibration elliptique en vibration rectiligne (et une circulaire en rectiligne à 45° des lignes neutres); la lumière naturelle, elle, reste non polarisée.

FIG. 15. Arbre de décision pour l'analyse d'une polarisation avec un analyseur et une lame $\lambda/4$.

4 Mesure d'un déphasage : méthode de Sénarmont

Expérience — 9 — Déphasage d'une lame par la méthode de Sénarmont

Principe. Entre polariseur P (vertical) et analyseur A croisés, une lame C de déphasage inconnu φ est placée avec ses lignes neutres à 45° de P : la vibration émergente est elliptique, d'axes parallèle et perpendiculaire à P (annexe D). Une lame quart d'onde Q dont les lignes neutres sont parallèles à P et $\perp P$ la rend rectiligne, inclinée de $\theta = \varphi/2$ sur P . On tourne A jusqu'à l'extinction : la rotation θ donne $\varphi = 2\theta$.

Protocole.

1. P et A croisés, sans lame : extinction de référence.
2. Insérer C , la tourner jusqu'à l'extinction (lignes neutres selon P), puis la tourner de 45° exactement.
3. Retirer C , insérer Q et la tourner jusqu'à l'extinction (lignes neutres selon P).
4. Remettre C (à 45°) : tourner A jusqu'à l'extinction ; lire θ ; $\varphi = 2\theta$ modulo π (le sens de rotation lève l'ambiguïté lent/rapide).

Exploitation. Avec $u(\theta) \approx 0,5^\circ$ (extinction nette), $u(\varphi) \approx 1^\circ$, soit environ 1 % du déphasage d'une lame $\lambda/4$ (90°). On peut mesurer ainsi la biréfringence d'une feuille de cellophane ou d'un ruban adhésif, et vérifier la loi $\varphi \propto 1/\lambda_0$ avec plusieurs raies du mercure.

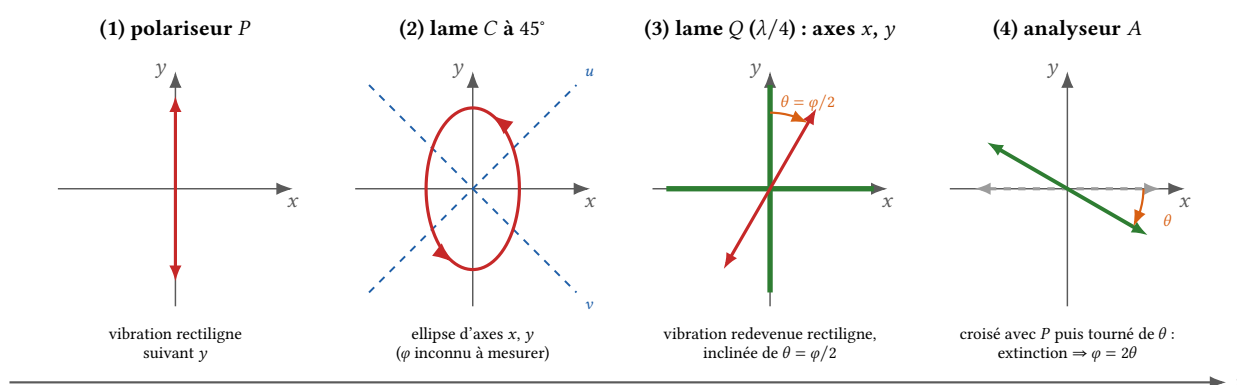


Fig. 16. Méthode de Sénarmont : la lame $\lambda/4$ convertit l'ellipse d'axes connus en vibration rectiligne dont l'inclinaison mesure $\varphi/2$.

Les lames cristallines sont des biréfringences linéaires. Certains milieux présentent une biréfringence circulaire (pouvoir rotatoire), d'autres acquièrent une biréfringence sous contrainte ou sous champ électrique : trois applications pour terminer.

VII Applications

1 Pouvoir rotatoire : saccharimétrie

Propriété — Loi de Biot (1815)

Une solution d'une substance *chirale* (saccharose, glucose, acide tartrique) fait tourner le plan de polarisation d'une vibration rectiligne d'un angle

$$\alpha = [\alpha]_\lambda^T \ell c, \quad (8)$$

proportionnel à la longueur ℓ traversée et à la concentration massique c . Le pouvoir rotatoire spécifique $[\alpha]_\lambda^T$ dépend de la longueur d'onde (*dispersion rotatoire*, approximativement en $1/\lambda^2$) et de la température. Unités d'usage : α en degrés, ℓ en dm, c en $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$; saccharose : $[\alpha]_D^{20} = +66,5^\circ \cdot \text{dm}^{-1} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^3$ (dextrogyre : rotation dans le sens horaire pour l'observateur qui reçoit la lumière).

Remarque (origine physique). Fresnel (1822) interprète le pouvoir rotatoire par une *biréfringence circulaire* : les ondes circulaires gauche et droite se propagent avec des indices $n_G \neq n_D$, et une vibration rectiligne, somme de deux circulaires, ressort tournée de $\alpha = \pi(n_G - n_D)\ell/\lambda_0$. Pour $\alpha = 26,6^\circ$ sur 2 dm à 589 nm : $n_G - n_D \approx 4 \times 10^{-7}$, une biréfringence minuscule, mesurable parce que l'effet est cumulatif sur 3×10^5 longueurs d'onde. Le quartz cristallin ($21,7^\circ \cdot \text{mm}^{-1}$) donne $\Delta n = 7 \times 10^{-5}$.

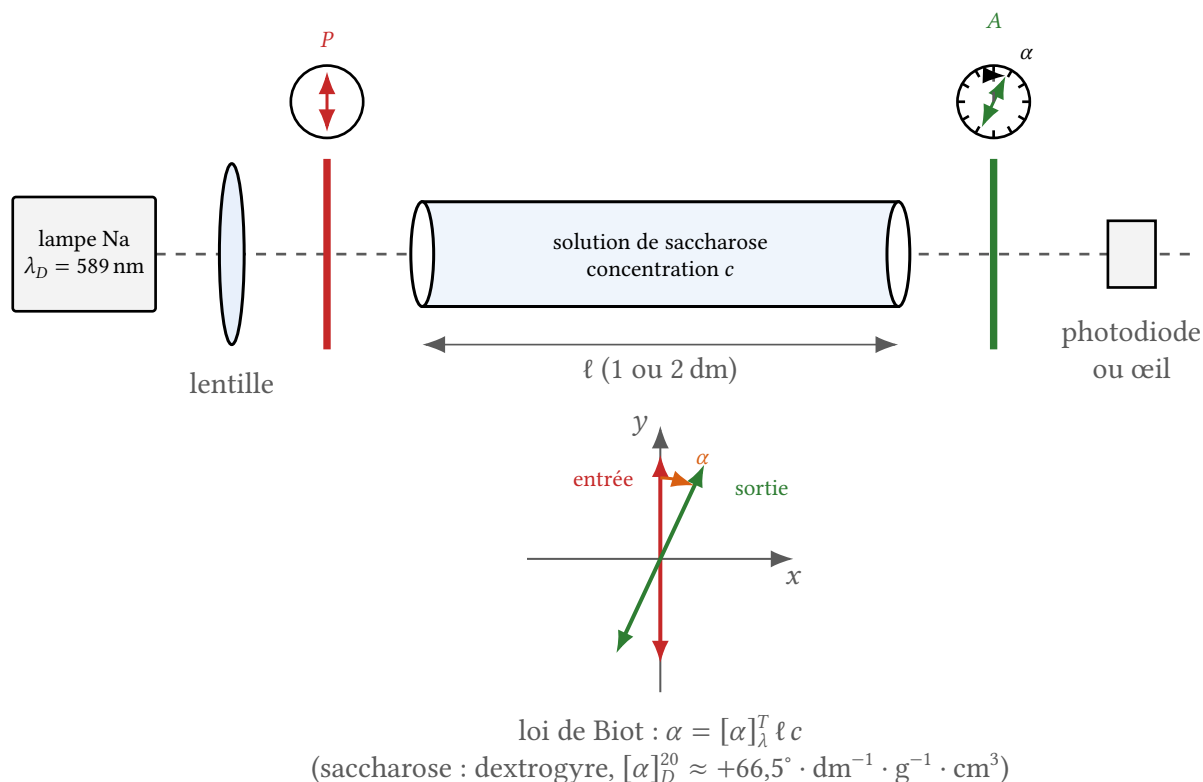


Fig. 17. Saccharimètre : polariseur, tube de solution, analyseur gradué ; vue de face de la rotation du plan de polarisation.

Expérience – 10 – Loi de Biot avec le saccharose

Matériel. Lampe à vapeur de sodium (ou laser + filtre), polariseur, tubes de 2 dm à fenêtres, analyseur gradué, photodiode ou œil ; saccharose, balance au centigramme, fioles de 100 mL.

Protocole.

1. Préparer des solutions à 5, 10, 15, 20, 25 et 30 g pour 100 mL (c de 0,05 à $0,30 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$) ; mesurer la température.
2. Tube rempli d'eau pure : croiser P et A (extinction), lire α_0 .
3. Remplacer par chaque solution, retrouver l'extinction : lire $\alpha_0 + \alpha$; noter le sens de rotation (saccharose : horaire).
4. Encadrer chaque extinction par deux positions de même éclairement (le minimum est plat).

Exploitation. Tracer $\alpha(c)$, régression linéaire passant au voisinage de l'origine ; $[\alpha] = \text{pente}/\ell$. Comparer à $66,5^\circ \cdot \text{dm}^{-1} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^3$; en déduire inversement la concentration d'une solution inconnue (« sucre d'un soda »).

$c \text{ (g} \cdot \text{cm}^{-3}\text{)}$	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
$\alpha \text{ (}^\circ\text{), } \ell = 2 \text{ dm}$	0,0	6,7	13,2	19,7	26,5	33,0	39,9

Valeurs typiques simulées ($u(\alpha) = 0,3^\circ$, $u(c) = 0,002 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$) ; la régression donne $[\alpha] = (66,3 \pm 0,2)^\circ \cdot \text{dm}^{-1} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^3$ (figure 18).

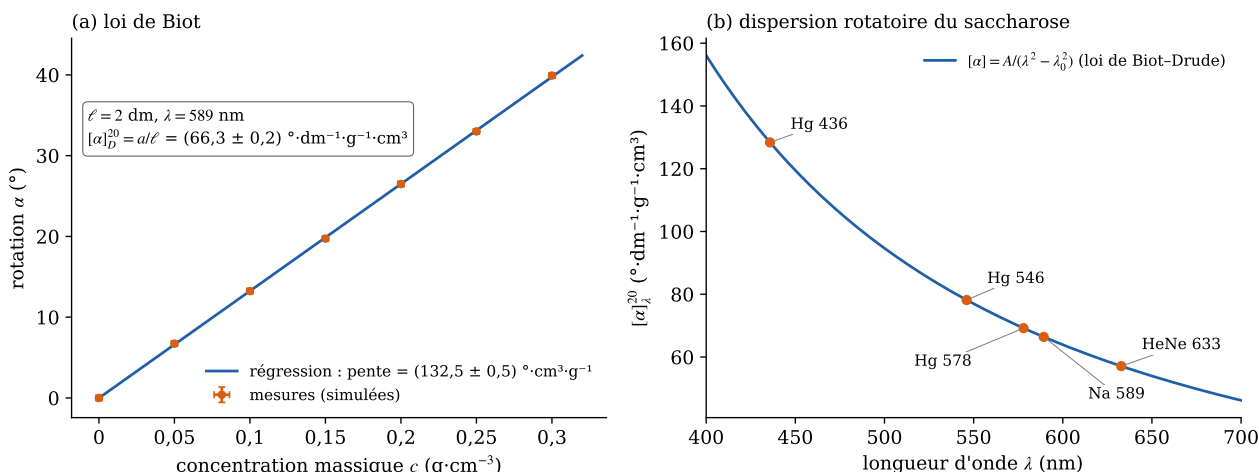


Fig. 18. (a) Loi de Biot : α proportionnel à c ; (b) dispersion rotatoire du saccharose, loi de Biot-Drude $[\alpha] = A/(\lambda^2 - \lambda_0^2)$ avec $A = 21,648$ et $\lambda_0^2 = 0,0213$ (λ en μm , d'après Lowry).

Attention — Pièges

- En lumière blanche, la dispersion rotatoire empêche toute extinction : on observe des *teintes sensibles* ; travailler en lumière monochromatique (raie D).
- Bulles dans le tube, fenêtres sales ou contraintes (biréfringence parasite).
- La température ne modifie $[\alpha]$ que de quelques millièmes de pour cent par kelvin pour le saccharose autour de 20°C (tables de saccharimétrie) : négligeable ici, mais à mentionner en notant la température de la salle.
- Ne pas confondre *dextrogyre* (saccharose, glucose) et *lévogyre* (fructose) : le mélange équimolaire issu de l'hydrolyse du saccharose est lévogyre, d'où le nom de « sucre inversé ».

2 Photoélasticité

Expérience — 11 – Contraintes dans une pièce de plexiglas

Une pièce transparente isotrope devient biréfringente sous contrainte (loi de Brewster-Maxwell $n_1 - n_2 = C(\sigma_1 - \sigma_2)$, C de l'ordre de quelques 10^{-12} Pa^{-1} pour le verre et le PMMA, dix fois plus pour le polycarbonate et les résines époxy, matériaux de choix en photoélasticimétrie) : entre polariseur et analyseur croisés, en lumière blanche, on voit des **franges isochromatiques** (lieux d'égale différence de contraintes principales), d'autant plus serrées que le gradient de contrainte est élevé, et des **isoclines** sombres (lieux où une contrainte principale est parallèle au polariseur), que l'on supprime en encadrant la pièce par deux lames $\lambda/4$ croisées (polariscope circulaire). Charger progressivement une équerre ou un crochet : les franges naissent aux points de concentration de contrainte. Une règle en plexiglas simplement posée montre ses contraintes résiduelles de fabrication.

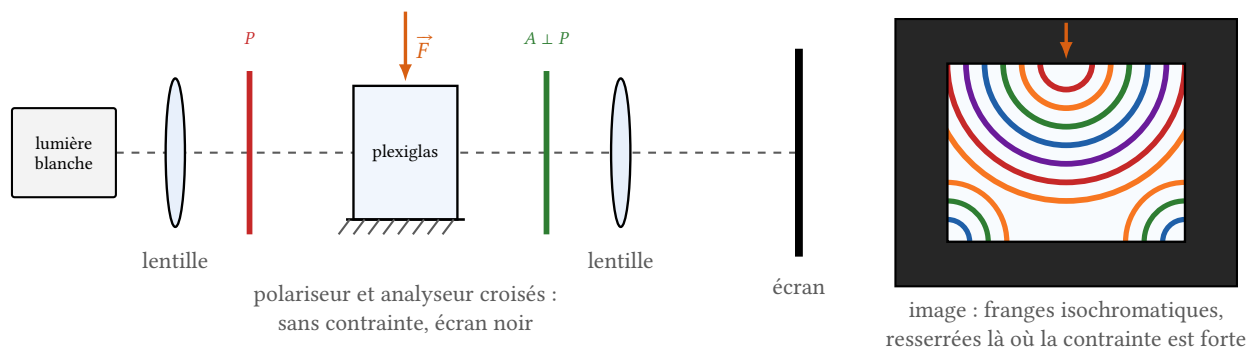


Fig. 19. Polariscope plan et franges isochromatiques d'une pièce comprimée.

3 Modulation électro-optique et cristaux liquides

Expérience — 12 – Effet Pockels (en réserve)

Dans un cristal sans centre de symétrie (KDP, KH_2PO_4 ; LiNbO_3), un champ électrique statique induit une biréfringence *linéaire* en E (effet Pockels) : $\Delta n \propto E$. Entre P et A croisés à 45° des lignes neutres, la transmission est $T = \sin^2(\varphi/2)$ avec $\varphi = \pi V/V_\pi$; une lame $\lambda/4$ ajoute $\pi/2$ et place le point de fonctionnement à mi-pente :

$$T = \frac{1}{2} \left[1 + \sin\left(\frac{\pi V}{V_\pi}\right) \right] \approx \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} \frac{V}{V_\pi}, \quad (9)$$

modulateur *linéaire* d'amplitude (transmission d'un signal audio sur un faisceau laser) ou obturateur rapide (< 1 ns). Pour le KDP en modulation longitudinale, $V_\pi = \lambda_0/(2n_o^3r_{63}) \approx 7,5$ kV à 546 nm ($n_o = 1,51$, $r_{63} = 10,5$ pm · V⁻¹) : haute tension et précautions.

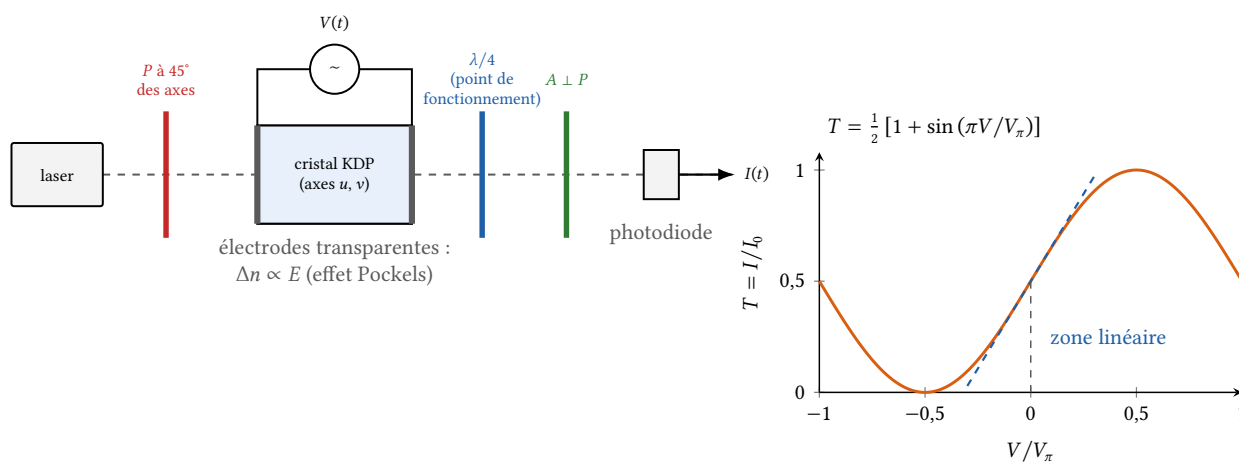


Fig. 20. Modulateur de Pockels et sa fonction de transfert autour du point de fonctionnement.

Exemple — Cristaux liquides, cinéma 3D, astrophysique

- **Écran LCD** : une cellule nématique torsadée entre polariseurs croisés guide la polarisation sur 90° (transmission) ; une tension de quelques volts aligne les molécules et supprime la rotation (extinction). Un polaroïd tourné devant un écran d'ordinateur le montre immédiatement.
- **Cinéma 3D** : les deux images sont projetées en polarisations circulaires gauche et droite ; les lunettes (lame $\lambda/4$ + polaroïd) séparent les vues, en tolérant l'inclinaison de la tête, contrairement aux polarisations rectilignes croisées.
- **Effet Faraday** : rotation $\theta = \mathcal{V}Bl$ en présence d'un champ magnétique le long de la propagation ; contrairement au pouvoir rotatoire naturel, l'effet est *non réciproque* (il se cumule à l'aller et au retour) : isolateurs optiques.
- **Astrophysique** : polarisation de la lumière des étoiles par les grains de poussière alignés sur le champ magnétique galactique, rayonnement synchrotron, polarisation du fond diffus cosmologique.

Conclusion

Le montage parcourt l'ensemble des façons de produire et d'analyser une polarisation : par projection (antenne, grille, polaroïd), par sélection (Brewster, diffusion), par biréfringence (lames, pouvoir rotatoire, contraintes, champ électrique). Deux mesures quantitatives s'y prêtent particulièrement bien, la loi de Malus (régression linéaire, discussion du résiduel) et l'angle de Brewster (incertitude de type A, propagation sur l'indice) ; la loi de Biot fournit une troisième mesure et une application concrète. Dans toutes, la question clé posée par le jury sera celle du *détecteur* (linéarité, soustraction du noir) et celle du *repérage d'un minimum*, qu'il faut encadrer plutôt que viser.

A Coefficients de Fresnel pour la polarisation p

Milieux diélectriques linéaires, homogènes, isotropes, non magnétiques, non chargés. Les relations de passage s'écrivent $\vec{n}_{12} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = \vec{0}$, $\vec{n}_{12} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{0}$ (avec $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$), $\vec{n}_{12} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = 0$ avec $\vec{D} = \epsilon_0 n^2 \vec{E}$, et $\vec{n}_{12} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0$. Pour la polarisation p ($\vec{E}$ dans le plan d'incidence, $\vec{B}$ perpendiculaire), avec les amplitudes E_i, rE_i, tE_i :

$$\text{continuité de } E_{\parallel} : (1 + r) \cos \theta_i = t \cos \theta_t, \quad (10)$$

$$\text{continuité de } D_{\perp} : n_1^2(1 - r) \sin \theta_i = n_2^2 t \sin \theta_t \iff n_1(1 - r) = n_2 t \quad (\text{Snell-Descartes}), \quad (11)$$

la seconde relation étant équivalente à la continuité de $H_{\parallel}$ ($B = nE/c$). On en tire

$$r_p = \frac{n_1 \cos \theta_t - n_2 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta_i}, \quad t_p = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta_i}. \quad (12)$$

Pour la polarisation s , la continuité de $E_{\parallel}$ et de $H_{\parallel}$ donne $r_s = (n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t)/(n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t)$. On vérifie $R + T = 1$ avec $T = \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i} t^2$. *Convention de signe* : les vecteurs de base de la polarisation p des ondes incidente et réfléchie sont choisis ici de sorte que $r_p = r_s$ en incidence normale, d'où $r_p = -\tan(\theta_i - \theta_t)/\tan(\theta_i + \theta_t)$. Born & Wolf et Hecht orientent le champ réfléchi en sens inverse et écrivent $r_p = \tan(\theta_i - \theta_t)/\tan(\theta_i + \theta_t)$, de signe opposé ($r_p = -r_s$ en incidence normale), ce qui ne change ni R_p ni l'angle de Brewster.

B Rayonnement dipolaire et diffusion Rayleigh

Un dipôle $\vec{p}(t) = p_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z$ ($a \ll \lambda$) crée, dans la zone de rayonnement $r \gg \lambda$,

$$\vec{E} = -\frac{\mu_0 \ddot{p}(t - r/c) \sin \theta}{4\pi r} \vec{e}_{\theta}, \quad \vec{B} = \frac{1}{c} \vec{e}_r \times \vec{E}, \quad \langle \Pi \rangle = \frac{\mu_0 p_0^2 \omega^4 \sin^2 \theta}{32\pi^2 c r^2} \vec{e}_r, \quad (13)$$

d'où la puissance rayonnée $\langle P \rangle = \frac{\mu_0 p_0^2 \omega^4}{12\pi c}$ et le gain $G(\theta) = 4\pi r^2 \langle \Pi \rangle / \langle P \rangle = \frac{3}{2} \sin^2 \theta$. Le champ est polarisé rectilignement selon $\vec{e}_{\theta}$, dans le plan contenant $\vec{p}$ et la direction d'observation.

Électron élastiquement lié. Avec $m\ddot{z} + (m/\tau)\dot{z} + m\omega_0^2 z = -eE_m \cos \omega t$, l'amplitude du dipôle induit est $p_0 = e^2 E_m / (m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2/\tau^2})$ et la puissance diffusée rapportée au flux incident $c\epsilon_0 E_m^2/2$ définit la section efficace

$$\sigma(\omega) = \sigma_T \frac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2/\tau^2}, \quad \sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_e^2 = 6,65 \times 10^{-29} \text{ m}^2, \quad (14)$$

avec $r_e = e^2/(4\pi\epsilon_0 mc^2)$. Si $\omega \ll \omega_0$ (visible, résonances dans l'ultraviolet) : $\sigma \approx \sigma_T(\omega/\omega_0)^4 \propto \lambda^{-4}$, c'est la diffusion **Rayleigh**; si $\omega \gg \omega_0$: diffusion de Thomson. La polarisation de la lumière diffusée est celle du rayonnement dipolaire : totale à 90° .

C Ellipse de polarisation et action d'une lame

De $E_x = E_{0x} \cos \omega t$ et $E_y = E_{0y} \cos(\omega t - \varphi) = E_{0y}(\cos \omega t \cos \varphi + \sin \omega t \sin \varphi)$: $E_y/E_{0y} - (E_x/E_{0x}) \cos \varphi = \sin \omega t \sin \varphi$; en élevant au carré et en ajoutant $(E_x/E_{0x})^2 \sin^2 \varphi = \cos^2 \omega t \sin^2 \varphi$ on obtient (2). Pour une lame de lignes neutres u (rapide) et v (lent) et une vibration incidente inclinée de α , $E_{0u} = E_0 \cos \alpha$, $E_{0v} = E_0 \sin \alpha$ et $\varphi = 2\pi(n_v - n_u)e/\lambda_0$ (7); $\varphi = \pi$ (demi-onde) donne $E_v/E_u = -\tan \alpha$, vibration symétrique; $\varphi = \pi/2$ et $\alpha = \pi/4$ (quart d'onde) donnent $E_u^2 + E_v^2 = E_0^2/2$, cercle.

D Méthode de Sénarmont : calcul

Polariseur selon y , lame C de déphasage φ et de lignes neutres $\vec{e}_u = (\vec{e}_x + \vec{e}_y)/\sqrt{2}$, $\vec{e}_v = (-\vec{e}_x + \vec{e}_y)/\sqrt{2}$. En notation complexe ($e^{-i\omega t}$ omis), l'onde incidente $E_0 \vec{e}_y = \frac{E_0}{\sqrt{2}}(\vec{e}_u + \vec{e}_v)$ devient à la sortie $\frac{E_0}{\sqrt{2}}(\vec{e}_u + e^{i\varphi} \vec{e}_v)$, soit dans

la base (x, y) :

$$\underline{E}_x = \frac{E_0}{2} (1 - e^{i\varphi}) = -iE_0 \sin \frac{\varphi}{2} e^{i\varphi/2}, \quad \underline{E}_y = \frac{E_0}{2} (1 + e^{i\varphi}) = E_0 \cos \frac{\varphi}{2} e^{i\varphi/2}. \quad (15)$$

Les deux composantes sont en quadrature : vibration elliptique d'axes x et y , de demi-axes $E_0 |\sin(\varphi/2)|$ et $E_0 |\cos(\varphi/2)|$. La lame $\lambda/4$ d'axes x, y multiplie $\underline{E}_x$ par $\pm i$: les composantes deviennent en phase (ou en opposition), la vibration est rectiligne et inclinée sur y de θ tel que $\tan \theta = \mp \tan(\varphi/2)$, soit $\theta = \mp \varphi/2$. L'extinction de l'analyseur croisé est obtenue après une rotation θ : $\varphi = 2\theta$.

E La photodiode comme détecteur linéaire

Une photodiode est une jonction p - n dans laquelle les photons d'énergie $h\nu > E_g$ ($E_g = 1,12$ eV pour le silicium, $\lambda < 1,1$ μm) créent des paires électron-trou, séparées par le champ de la zone de charge d'espace. Sa caractéristique est

$$I = I_s (e^{U/U_T} - 1) - I_{\text{ph}}, \quad U_T = \frac{k_B T}{e} \approx 26 \text{ mV}, \quad I_{\text{ph}} = \eta \frac{e}{h\nu} \Phi, \quad (16)$$

où Φ est le flux reçu et η le rendement quantique (0,6 à 0,9 pour le silicium dans le visible), soit une sensibilité $\eta e/(h\nu) \approx 0,3$ à $0,5 \text{ A} \cdot \text{W}^{-1}$ ($0,4 \text{ A} \cdot \text{W}^{-1}$ à 633 nm). En court-circuit ou polarisée en inverse, $I \approx -I_{\text{ph}}$ est *proportionnel* au flux; à vide, $U_{\text{oc}} = U_T \ln(1 + I_{\text{ph}}/I_s)$ est logarithmique. Avec une résistance de charge R , la tension $U = RI_{\text{ph}}$ reste linéaire tant que U reste petite devant la tension de polarisation inverse (ou, sans polarisation, $U \lesssim 0,1 \text{ V}$: la diode ne doit pas conduire), c'est-à-dire tant que la droite de charge coupe la zone horizontale des caractéristiques.

F Questions classiques du jury

Point agrégation – Un polaroïd absorbe-t-il ou réfléchit-il la composante bloquée?

Il l'*absorbe* (chaînes de polyiodure résistives : les électrons entraînés dissipent par effet Joule), d'où l'échauffement. La grille hyperfréquence, en bon conducteur, la *réfléchit*. Un polariseur à réflexion (empilement de lames à Brewster) ou un cube séparateur de polarisation la renvoie de côté.

Point agrégation – Que donne la loi de Malus avec de la lumière naturelle?

$I = I_0/2$ quelle que soit l'orientation : la moyenne de $\cos^2$ sur toutes les directions incidentes vaut $1/2$. Une lumière circulaire donne le même résultat : l'analyseur seul ne les distingue pas, il faut la lame $\lambda/4$.

Point agrégation – Existe-t-il un angle de Brewster en réflexion métallique?

Non : les coefficients de Fresnel sont complexes (indice $n + i\kappa$), $|r_p|$ passe par un minimum non nul (*angle principal*) et la lumière réfléchie est elliptique. C'est la base de l'ellipsométrie, qui mesure n et κ ou l'épaisseur d'une couche mince.

Point agrégation – Pourquoi la lumière diffusée par le ciel n'est-elle pas totalement polarisée à 90° ?

Diffusions multiples, anisotropie de polarisabilité des molécules (dépolérisation de quelques %), aérosols (Mie), réflexion par le sol : $P \approx 0,7$ au mieux. Les abeilles et de nombreux insectes utilisent cette polarisation pour s'orienter.

Point agrégation – Comment distinguer une circulaire gauche d'une circulaire droite?

Avec une $\lambda/4$ dont on connaît l'axe lent : la rectiligne obtenue est à $+45^\circ$ ou -45° de cet axe selon le sens. Autre méthode : deux circulaires de sens opposés passant par une même $\lambda/4$ donnent des rectilignes orthogonales.

Point agrégation – Pourquoi une lame d'ordre multiple est-elle « chromatique » ?

$\varphi = 2\pi\Delta n e/\lambda_0$: pour $e\Delta n = (m + 1/4)\lambda_0$, une variation relative $\delta\lambda/\lambda$ change φ de $-(m + 1/4)2\pi\delta\lambda/\lambda$, d'autant plus que m est grand ; pour une variation de 10 % de λ , une lame d'ordre zéro ($m = 0$) s'écarte de 10 % de son déphasage nominal, une lame $m = 10$ de 100 %. Les lames « achromatiques » combinent deux matériaux (quartz et MgF_2).

Point agrégation – Quelle est l'origine microscopique du pouvoir rotatoire ?

La chiralité des molécules (ou de la maille, pour le quartz) : l'onde circulaire gauche et l'onde circulaire droite induisent des réponses différentes (couplage entre dipôle électrique et dipôle magnétique induits), donc $n_G \neq n_D$. Une solution de molécules chirales conserve l'effet en moyenne sur les orientations ; un mélange racémique l'annule.

Point agrégation – En quoi l'effet Faraday diffère-t-il du pouvoir rotatoire naturel ?

Le sens de rotation de Faraday est fixé par $\vec{B}$, pas par le sens de propagation : un aller-retour double la rotation (non-réciprocité, exploitée dans les isolateurs optiques), alors que le pouvoir rotatoire naturel s'annule à l'aller-retour.

Point agrégation – Quel lien entre polarisation circulaire et photon ?

Une onde circulaire transporte un moment cinétique $\pm\hbar$ par photon le long de $\vec{k}$ (hélicité ± 1). Beth (1936) l'a mesuré en détectant le couple exercé sur une lame demi-onde suspendue par un fil de torsion : transformer une circulaire gauche en droite transfère $2\hbar$ par photon à la lame.

Point agrégation – Comment vérifier qu'une photodiode est linéaire ?

Mesurer U en fonction du nombre de densités neutres identiques interposées (loi exponentielle attendue), ou en fonction de la distance d'une source ponctuelle (loi en $1/d^2$), ou avec deux polariseurs (loi de Malus elle-même, si l'on fait confiance aux polariseurs : raisonnement circulaire à éviter devant le jury).

G Corrections apportées par rapport aux notes manuscrites

Le détail (citation des notes, correction, justification, référence) figure dans `sources/corrections.md`. En résumé :

1. le pas de la grille doit être *petit devant* λ , non « de l'ordre de » λ ;
2. la composante parallèle aux fils est *réfléchi*e par la grille (courants induits), non « dissipée sous forme thermique » ; pour le polaroïd c'est l'absorption qui domine ;
3. transmittances des polaroïds précisées par famille de films (k_1 de 0,5 à 0,8, k_2 de 10^{-5} à quelques 10^{-3}) : les valeurs « 0,5 et 0,0002 » des notes correspondent à un film dense (type HN22–HN32) ; historique de Land précisé (1929/1938) ;
4. incertitude de type A sur θ_B : $s/\sqrt{N} = 0,26^\circ$ (et non $0,36^\circ$), incertitude élargie avec $t_{95} = 3,18$; l'indice $1,47 \pm 0,05$ ne discrimine pas borosilicate et crown ;
5. soleil couchant : cause principale Rayleigh sur un long trajet, Mie en renfort ; ciel bleu dû aux molécules, pas aux poussières ;
6. convention gauche/droite explicitée (observateur recevant l'onde) ;
7. écriture correcte $\vec{D} = \epsilon_0 n^2 \vec{E}$ et relations de passage sur $\vec{H}_{\parallel}$; domaines de validité du rayonnement dipolaire ($a \ll \lambda$, zone $r \gg \lambda$) ;
8. photodiode : seule la mesure du *courant* est linéaire, point ajouté aux pièges ;
9. notation unifiée du déphasage d'une lame, $\varphi = 2\pi(n_{\text{lent}} - n_{\text{rapide}})e/\lambda_0$;
10. effet Pockels : signe du point de fonctionnement conventionnel, ordre de grandeur V_π ajouté.
11. relecture scientifique indépendante : convention de signe des coefficients de Fresnel correctement attribuée (Born & Wolf et Hecht utilisent le signe opposé à celui adopté ici), constante photoélastique du

PMMA ramenée à son ordre de grandeur (quelques 10^{-12} Pa^{-1}), sensibilité de la photodiode distinguée du rendement quantique, coefficient de température du pouvoir rotatoire donné en ordre de grandeur, écart borosilicate/crown exprimé en nombre d'incertitudes-types.

Bibliographie

- Sextant, *Optique expérimentale*, Hermann, 1997 – chap. « Polarisation » : montages, Malus, Brewster, lames, Sénarmont.
- R. Duffait, *Expériences d'optique – agrégation de physique*, Bréal, 1997 – p. 190 : analyse d'une polarisation ; diffusion ; saccharimétrie.
- J.-P. Pérez, *Optique, fondements et applications*, Dunod, 7^e éd. – chap. « Polarisation », « Biréfringence », « Pouvoir rotatoire ».
- E. Hecht, *Optics*, Pearson, 5^e éd. – chap. 8 (polarisation), § 4.6 (Fresnel), § 8.3 (polariseurs à fils et dichroïsme).
- G. Bruhat, *Optique*, Masson, 6^e éd. (révisée par A. Kastler) – conventions de polarisation, biréfringence.
- P. Fleury, J.-P. Mathieu, *Lumière*, Eyrolles – pouvoir rotatoire, dispersion rotatoire.
- M. Born, E. Wolf, *Principles of Optics*, Cambridge UP, § 1.5 – coefficients de Fresnel.
- C. F. Bohren, D. R. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*, Wiley – Rayleigh et Mie ; D. K. Lynch, W. Livingston, *Color and Light in Nature*.
- A. Yariv, *Optical Electronics*, chap. 9 – effet Pockels, V_π du KDP.
- E. H. Land, « Some aspects of the development of sheet polarizers », *J. Opt. Soc. Am.* 41, 957 (1951) ; R. A. Beth, « Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light », *Phys. Rev.* 50, 115 (1936).
- JCGM 100:2008 (GUM), *Évaluation des données de mesure – Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure*.